ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 12 NOVEMBRE 1935.

PRÉSIDENCE DE M. PIERRE-AUGUSTIN DANGEARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

HISTOIRE DES SCIENCES. — *La documentation scientifique.*
Note de M. **Auguste Béhal.**

J'ai l'honneur de déposer sur le Bureau deux volumes qui viennent très heureusement compléter l'*Inventaire des Périodiques scientifiques des Bibliothèques de Paris*, publié sous la direction de notre éminent confrère M. Alfred Lacroix.

Le premier de ces volumes, *La Documentation en France*, est un répertoire des centres de documentation existant dans le pays, et dont les chercheurs, par simple ignorance de leur existence, ne tirent souvent aucun profit. L'*Union française des organismes de documentation*, qui a son siège dans la *Maison de la Chimie* et dont le président est l'administrateur délégué de cette institution, a jugé indispensable de mettre en valeur leurs ressources documentaires. Ce volume comporte des notices détaillées sur 70 centres de documentation dont l'activité intéresse toutes les branches des connaissances.

Le second volume est le *Répertoire international des centres de documentation chimique*, publié par l'*Office international de Chimie* et englobant 46 centres qui, en dix pays, sont à même de fournir, sur demande, une documentation concernant la chimie et ses multiples applications.

Ces deux volumes illustrent l'organisation de la documentation qui tend à s'établir sur deux plans : le plan national ou horizontal, qui assure une

liaison permanente entre les centres d'un même pays, et le plan international ou vertical qui unit les centres d'une même discipline.

Si chacun des organismes nationaux et internationaux éditait un répertoire, leur groupement formerait un inventaire complet des ressources documentaires que les centres peuvent mettre dans le monde entier à la disposition des chercheurs.

CORRESPONDANCE.

M. le **Président du Conseil** invite l'Académie à désigner deux de ses Membres qui feront partie du *Conseil supérieur de Statistique*, réorganisé par le décret du 30 octobre 1935.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Auguste Collard. *L'abbé* Aloys Verschaffel (1850-1933).

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Le problème de la répartition.* Note [1] de M. **Edgar Baticle**, présentée par M. Émile Borel.

La probabilité pour que, m objets étant répartis en n lots, k de ces lots contiennent plus de p objets est, ainsi que cela résulte de mes Notes des 26 juin et 25 septembre 1933,

$$(1)\quad \varpi_k^p = C_n^k \Big\{ C_{m-kp-1}^{n-1} - C_{n-k}^1 C_{m-(k+1)p-1}^{n-1} + C_{n-k}^2 C_{m-(k+2)p-1}^{n-1} - C_{n-k}^3 C_{m-(k+3)p-1}^{n-1} + \dots \Big\} : C_{m-1}^{n-1}.$$

Or, il peut être intéressant de chercher la probabilité ϖ_0^p d'un groupement où il n'y aurait *aucun* lot comportant plus de p objets.

Si, comme dans ma Note du 26 juin 1933, j'appelle $X_1, X_2, \dots, X_i$ les nombres des groupements distincts, où il y a 1, 2, ..., i lots ayant plus de p objets et X_0 le nombre des groupements, où tous les lots comportent

(1) Séance du 4 novembre 1935.

moins de $p+1$ objets, on a, puisque le nombre total de groupements en n lots est C_{m-1}^{n-1},

$$C_{m-1}^{n-1} = X_0 + X_1 + X_2 + \ldots + X_i + \ldots.$$

Or cette équation n'est autre que celle qu'on obtient en faisant $k=0$ dans l'équation générale du système que j'ai donné. Il en résulte qu'on aura, en appliquant la formule (1) ci-dessus,

$$(2) \qquad \varpi_0^p = \{ C_{m-1}^{n-1} - C_n^1 C_{m-p-1}^{n-1} + C_n^2 C_{m-2p-1}^{n-1} - C_n^3 C_{m-3p-1}^{n-1} + \ldots \} : C_{m-1}^{n-1}.$$

Si m est très grand, on aura, en posant $\alpha = p/m$,

$$(3) \qquad \varpi_0^p = 1 - C_n^1 (1-\alpha)^{n-1} + C_n^2 (1-2\alpha)^{n-1} - C_n^3 (1-3\alpha)^{n-1} + \ldots.$$

Si n est également très grand, on pourra écrire, avec l'approximation que j'ai évaluée dans la seconde des Notes précitées,

$$(4) \qquad \varpi_0^p = [1-(1-\alpha)^{n-1}]^p.$$

Au lieu d'une répartition de m objets en n lots, on peut envisager une répartition *de m objets dans n compartiments*, certains de ces compartiments pouvant rester vides.

Ce problème se ramène au précédent : il suffit de considérer $m+n$ objets, à répartir en n lots et de chercher les probabilités relatives à des lots de $p+1$ objets (au lieu de p).

Mais, dans ce cas, il faut une certaine prudence dans l'emploi de formules asymptotiques analogues à celles du problème des lots; le rapport $C_{m+n-j(p+1)-1}^{n-1} : C_{m+n-1}^{n-1}$ ne peut être remplacé par $(1-\beta)^{n-1}$, où l'on a posé $\beta = (p+1) : (m+n-1)$, que si $m : (m+n)$ est très petit. S'il n'en est pas ainsi et si, au contraire, n est voisin de $m+n$, on pourra prendre pour valeur asymptotique du rapport envisagé l'expression

$$\left[\frac{m-j(p+1)}{m+n-j(p+1)}\right]^{j(p+1)},$$

qui, pour de petites valeurs de p, est elle-même voisine de $(m/n)^{j(p+1)}$. Dans ce cas, les premiers termes de ϖ_0^p sont voisins des premiers termes de $e^{-\frac{m^{p+1}}{n^p}}$.

Je donnerai deux applications de ma théorie relatives aux accidents de chemins de fer :

1° Il peut arriver que, certaine année, le nombre des accidents d'une nature déterminée soit notablemeut supérieur à la moyenne constatée pendant plusieurs années : faut-il en conclure qu'une cause systématique est entrée en jeu?

De 1925 à 1932 ($n=8$), le nombre des accidents dus à une déformation de la voie a été $m=58$. Il y en a eu 14 en 1931. Pour savoir ce qu'on doit en penser, je cherche la probabilité ϖ_0^{13} pour qu'il n'y ait pas de groupement de 58 objets ou un compartiment au moins aurait plus de $p=13$ objets :

$$\varpi_0^{13}=[C_{65}^7 - C_8^1 C_{51}^7 + C_8^2 C_{37}^7 - C_8^3 C_{23}^7 + C_8^4 C_9^7] : C_{65}^7.$$

Le calcul direct donne $\varpi_0^{13}=0,064$, soit environ 1/16e. Il en résulte que, sur 16 périodes de 8 années comportant chacune 58 accidents, on doit s'attendre à en trouver 15 où, par le seul jeu du hasard, il y aurait au moins une année avec un nombre d'accidents supérieur ou égal à 14.

2° Il y a en moyenne par an 150 accidents de véhicules aux 28072 passages à niveau munis de barrières des grands réseaux de chemins de fer. Quelle est la probabilité pour qu'il n'y ait pas de passage à niveau ayant eu plus de *un* accident ? Ici, le nombre d'objets est $m=150$, et le nombre de compartiments est $n=28072$. D'où la probabilité cherchée

$$\varpi_0^1=[C_{28221}^{28071} - C_{28072}^1 \times C_{28219}^{28071} + C_{28072}^2 \times C_{28217}^{28071} - \ldots] : C_{28221}^{28071}.$$

Le calcul direct donne en prenant 5 termes $\varpi_0^1=0,450$, à moins de 1/1000e près. Sur une période de un siècle, il faut donc s'attendre, *en supposant que le hasard intervient seul*, à trouver 55 années pendant lesquelles il y aura eu au moins un passage à niveau avec plus d'un accident.

La probabilité d'avoir au moins un passage à niveau avec plus de *deux* accidents est 0,9958.

Je remarquerai, pour terminer, que la formule (3) donne la probabilité que dans une élection où il y a n candidats aucun n'obtiendra la fraction α des suffrages : c'est la généralisation d'un résultat que j'ai donné dans ma Note du 29 mars 1932, où j'avais traité le cas de $\alpha=1/2$.

STATISTIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la conservation du facteur commun de Spearman dans une substitution linéaire*. Note de M. **Géza Kunetz**, présentée par M. Émile Borel.

Je me propose de développer quelques questions soulevées par une Note de M. Darmois ([1]). Il s'agit d'étudier la conservation du facteur commun

([1]) *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 1358.

de Spearman dans une substitution linéaire, à déterminant non nul, effectuée sur les variables aléatoires $x_1 = a_1 g + s$; $x_2 = a_2 g + s_2$, ..., $x_n = a_n g + s_n$. Je vais montrer que, exception faite de certains cas très particuliers, la substitution ne peut conduire à un facteur commun que si les variables g et s suivent des lois de Gauss.

Supposons que les g et s soient réduits et soit la nouvelle variable

$$y_l = \Sigma \alpha_{lk} x_k = k_l h + t_l.$$

La conservation du facteur commun se traduit par l'identité entre les fonctions caractéristiques des lois (anciennes et nouvelles) à n variables :

$$\varphi_0(a_1 u_1 + a_2 u_2 + \ldots + a_n u_n)\varphi_1(u_1)\varphi_2(u_2)\ldots\varphi_n(u_n) \equiv \Phi_0(A_1 U_1 + \ldots)\Phi_1(U_1)\ldots\Phi_n(U_n),$$

où l'on a $u_i = \Sigma \alpha_{ki} U_k$. Introduisons la fonction $\psi = \log\varphi$, on aura

$$(1) \qquad \psi_0(a_1 u_1 + \ldots + a_n u_n) + \psi_1(u_1) + \ldots + \psi_n(u_n)$$
$$\equiv \Psi_0(A_1 U_1 + \ldots + A_n U_n) + \Psi_1(U_1) + \ldots + \Psi_n(U_n).$$

Effectuons, sur les u, la substitution

$$u_1 = v_1, \quad u_2 = v_2, \quad \ldots, \quad u_l = \frac{1}{a_l}(v_l - a_1 v_1 - a_2 v_2 - \ldots - a_n v_n), \quad \ldots, \quad u_n = v_n$$

et

$$a_1 u_1 + a_2 u_2 + \ldots + a_n u_n = v_l.$$

Dérivons maintenant l'identité (1) quatre fois de suite, successivement par rapport à U_i, U_j, v_p, v_q. Nous obtenons

$$\psi'_0 \Sigma a_k \alpha_{ik} + \psi'_1 \alpha_{i1} + \psi'_2 \alpha_{i2} + \ldots + \psi'_n \alpha_{in} \equiv A_i \Psi'_0 + \Psi'_i,$$

$$\psi''_0 \Sigma a_k \alpha_{ik} \Sigma a_k \alpha_{jk} + \psi''_1 \alpha_{i1}\alpha_{j1} + \ldots + \psi''_n \alpha_{in}\alpha_{jn} \equiv A_i A_j \Psi''_0,$$

$$\psi'''_p \alpha_{ip}\alpha_{jp} - \psi'''_l \alpha_{il}\alpha_{jl}\frac{a_p}{a_l} \equiv A_i A_j \Sigma A_k \frac{\partial U_k}{\partial v_p}\Psi'''_0,$$

$$\psi^{\text{IV}}_l \alpha_{il}\alpha_{jl}\frac{a_p a_2}{a_l^2} \equiv \Psi^{\text{IV}}_0 A_i A_j \Sigma A_k \frac{\partial U_k}{\partial v_p}\Sigma A_k \frac{\partial U_k}{\partial v_q}.$$

C'est cette dernière équation qui nous servira de point de départ. On vérifie facilement que l'on a

$$\Sigma A_k \frac{\partial U_k}{\partial v_p} = \Sigma_p - \frac{a_p}{a_l}\Sigma_l$$

avec

$$\Sigma_l = \frac{\|\alpha_{11} \quad \alpha_{12} \quad \ldots \quad \alpha_{1l-1} \quad A_1 \quad \ldots \quad \alpha_{1n}\|}{\|\alpha_{11} \quad \alpha_{12} \quad \ldots \quad \alpha_{1l-1} \quad \alpha_{1l} \quad \ldots \quad \alpha_{1n}\|}.$$

En particulier, si l'on n'avait pas fait la substitution sur les u, on aurait

$$\Sigma A_k \frac{\partial U_k}{\partial u_p} = \Sigma_p,$$

Considérons donc l'identité

$$\psi_l^{\text{IV}} \alpha_{il} \alpha_{jl} \frac{a_p a_q}{\alpha_l^2} = \Psi_0^{\text{IV}} A_i A_j \left(\Sigma_p - \frac{a_p}{a_l} \Sigma_l\right) \left(\Sigma_q - \frac{\alpha_q}{a_l}\right).$$

On peut démontrer en toute rigueur que, si l'on ne suppose pas tous les ψ^{IV} constants ou nuls, on n'est conduit qu'à un cas très particulier.

Supposons alors que tous les ψ^{IV} soient constants et posons $\psi_l^{\text{IV}} = d_l$ et $\Psi_0^{\text{IV}} = D_0$. Nous aurons

$$d_l \alpha_{il} \alpha_l \frac{a_p \alpha_q}{a_l^2} = D_0 A_i A_j \left(\Sigma_p - \frac{a_p}{a_l} \Sigma_l\right) \left(\Sigma_q - \frac{a_q}{a_l} \Sigma_l\right)$$

et de même

$$d_l \alpha_{il} \alpha_{kl} \frac{a_p a_q}{\alpha_l^2} = D_0 A_i A_k \left(\Sigma_p - \frac{a_p}{a_l} \Sigma_l\right) \left(\Sigma_q - \frac{a_q}{a_l} \Sigma_l\right),$$

en divisant $\alpha_{jl}/\alpha_{kl} = A_j/A_k$, le second membre est indépendant de l, donc $\alpha_{il}/\alpha_{jl} = \alpha_{im}/\alpha_{jm}$. Or ceci est inadmissible. En effet, les colonnes des α seraient proportionnelles entre elles, ce qui est contraire à l'hypothèse que la transformation est à déterminant non nul, et conduirait d'ailleurs à des y_i tous proportionnels entre eux.

Nous devons donc supposer tous les ψ^{IV} nuls. Posons $\psi_l''' = c_l$; $\psi_0''' = C_0$. Nous aurons

$$c_p \alpha_i \alpha_{jp} - c_l \alpha_{il} \alpha_{jl} \frac{a_p}{a_l} = C A_i A_j \left(\Sigma_p - \frac{a_p}{a_l} \Sigma_l\right)$$

ou

$$\frac{c_p}{a_p} \frac{\alpha_{ip}}{A_i} \frac{\alpha_{jp}}{A_j} - \frac{c_l}{a_l} \frac{\alpha_{il}}{A_i} \frac{\alpha_{jl}}{A_j} = C\left(\frac{\Sigma_p}{a_p} - \frac{\Sigma_l}{a_l}\right).$$

Le second membre est indépendant de i et j.

En posant

$$\frac{\alpha_{ip}}{A_i}\sqrt{\frac{c_p}{a_p}} = b_i \qquad \text{et} \qquad \frac{\alpha_{il}}{A_i}\sqrt{\frac{c_l}{a_l}} = c_i,$$

nous pouvons écrire

$$b_i b_j - c_i c_j = b_i b_k - c_i c_k \qquad \text{et} \qquad b_l b_j - c_l c_j = b_l b_k - c_l c_k$$

ou

$$b_i(b_j - b_k) = c_i(c_j - c_k) \qquad \text{et} \qquad b_l(b_j - b_k) = c_l(c_j - c_k).$$

On a donc ou bien $b_j = b_k$ et $c_j = c_k$, ou bien $b_i/c_i = b_e/c_e = K = \pm 1$.

Or $b_i = b_j$ signifie

$$\frac{\alpha_{ip}}{A_i} = \frac{\alpha_{jp}}{A_j}; \qquad \text{donc} \quad \frac{\alpha_{ip}}{\alpha_{jp}} = \frac{\alpha_{im}}{\alpha_{jm}},$$

ce qui est inadmissible, et $b_i = c_i$ signifie

$$\alpha_{ip}\sqrt{\frac{c_p}{a_p}} = \alpha_{il}\sqrt{\frac{c_l}{a_l}}; \qquad \text{donc} \quad \frac{\alpha_{ip}}{\alpha_{il}} = \frac{\alpha_{jp}}{\alpha_{jl}},$$

également inadmissible.

Nous devons donc supposer tous les ψ''' nuls, et les variables doivent suivre les lois de Gauss. La condition à laquelle doit satisfaire la transformation pour conduire alors à un facteur commun est la relation entre les ψ'', qui est analogue à une condition d'orthogonalité des α.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les axiomes d'appartenance de la géométrie euclidienne.* Note (¹) de M. **Nil Glagoleff**, présentée par M. Élie Cartan.

En partant du système des axiomes du premier groupe de la géométrie projective, on peut se demander comment il faut modifier ce système pour l'approprier à l'espace euclidien. En se basant sur les travaux de M. Enriques, on peut réduire les axiomes du premier groupe de la géométrie projective au système suivant (²) :

I. Axiomes de la connexion :

a. Si un élément géométrique x appartient à l'élément y, l'élément y appartient à l'élément x;

b. Si le point A et le plan α appartiennent simultanément à la droite a, ils s'appartiennent l'un à l'autre;

c. Il existe au moins quatre points qui n'appartiennent à aucun plan et à aucune droite.

II. Axiomes d'appartenance :

1. *Deux points déterminent une droite à laquelle ils appartiennent;*
2. *Deux plans déterminent une droite qui leur appartient;*
3. *Un point et une droite ne passant pas par ce point déterminent un plan qui les contient;*

(¹) Séance du 4 novembre 1935.

(²) Nil Glagoleff, *Periodico di Matematiche*, 4ᵉ série, 14, III, 1935, p. 172-176.

4. *Un plan et une droite non contenue dans ce plan déterminent un point qui leur appartient.*

En enlevant de l'espace projectif tous les points du plan impropre et en changeant le système des axiomes énoncés plus haut, nous obtenons le système des axiomes du premier groupe de l'espace euclidien. Les axiomes I, a, b, c et II, 1 restent sans changement. L'axiome II, 2 est modifié de la manière suivante :

II, 2_1. *Deux plans distincts qui ont un point commun déterminent une droite qui lui appartient.*

Au lieu des axiomes II, 3 et II, 4 nous prenons maintenant les axiomes suivants :

II, 3_1. *Tout plan contient au moins un point;*

II, 4_1. *Un point* A *et une droite* a *qui ne lui appartient pas déterminent un plan* α *et il existe dans ce plan une droite et une seule passant par* A *et n'appartenant pas à* a (axiome des parallèles).

Les axiomes d'appartenance II, 1 ; II, 2_1 ; II, 3_1 et II, 4_1 sont indépendants : si nous fixons un quelconque de ces axiomes il est aisé de construire un système géométrique dans lequel tous les autres axiomes d'appartenance sont vérifiés sauf celui qui est fixé.

En se basant sur les axiomes I, a, b, c; II, 1; II, 2_1; II, 3_1 et II, 4_1, il est aisé de démontrer que : chaque droite contient au moins deux points; chaque plan contient au moins trois points; si deux points de la droite a appartiennent au plan α, la droite a elle-même appartient à ce plan. Ainsi on peut démontrer toutes les propositions d'appartenance de l'espace euclidien. La particularité de ce système consiste en ce qu'il n'exige pas *a priori* l'existence de points sur la droite, comme cela a lieu dans le système de M. Hilbert.

L'espace considéré comme un ensemble de points, de droites et de plans vérifiant les axiomes I, a, b, c, II, 1, 2_1, 3_1, 4_1, peut être complété dans l'espace projectif par l'introduction des éléments impropres de la manière habituelle.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Invariants tangentiels relatifs au réseau conjugué commun à deux surfaces applicables.* Note de M. **Marcel Vasseur**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Les invariants tangentiels de Laplace relatifs à un réseau conjugué, s'expriment à l'aide des seuls coefficients de l'élément linéaire; ces inva-

riants se conservent dans une déformation sur le réseau conjugué en jeu comme base (en supposant le réseau base simple ou principale).

Dans ce qui suit j'étudie, du même point de vue, l'équation tangentielle de Laplace : ses invariants dépendent de la seconde forme fondamentale, mais leur somme s'exprime à l'aide des coefficients de l'élément linéaire. Je cherche ensuite s'il existe une déformation sur le réseau comme base avec conservation des invariants tangentiels.

2. Soient (E, F, G), (δ, o, δ''), (e, f, g) les coefficients des trois formes fondamentales de S, nous désignons par $\begin{Bmatrix} ij \\ k \end{Bmatrix}$ les symboles de Christoffel de la première forme, par $\begin{Bmatrix} ij \\ k \end{Bmatrix}'$ ceux de la troisième forme, par K la courbure totale de S.

Les cosinus directeurs de la normale et la distance de l'origine au plan tangent satisfont à l'équation

$$(1) \qquad \frac{\partial^2 c}{\partial u\,\partial v} - \begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix}' \frac{\partial c}{\partial u} - \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix}' \frac{\partial c}{\partial v} + fc = 0.$$

Les équations de Codazzi

$$\frac{\partial \log \delta}{\partial v} = \begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 11 \\ 2 \end{Bmatrix} \frac{\delta''}{\delta}, \qquad \frac{\partial \log \delta''}{\partial u} = \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 22 \\ 1 \end{Bmatrix} \frac{\delta}{\delta''}$$

et les formules connues

$$\begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix}' = - \begin{Bmatrix} 11 \\ 2 \end{Bmatrix} \frac{\delta''}{\delta}, \qquad \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix}' = - \begin{Bmatrix} 22 \\ 1 \end{Bmatrix} \frac{\delta}{\delta''}, \qquad f = -\mathrm{FK}$$

permettent d'écrire pour (1) et ses invariants h et k

$$(1') \qquad \frac{\partial^2 c}{\partial u\,\partial v} + \left[\begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} - \frac{\partial \log \delta}{\partial v} \right] \frac{\partial c}{\partial u} + \left[\begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix} - \frac{\partial \log \delta''}{\partial u} \right] \frac{\partial c}{\partial v} - \mathrm{FK}c = 0,$$

$$(2) \qquad h = - \frac{\partial^2 \log \delta}{\partial u\,\partial v} + \frac{\partial}{\partial u} \begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 11 \\ 2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 22 \\ 1 \end{Bmatrix} + \mathrm{FK},$$

$$(3) \qquad k = - \frac{\partial^2 \log \delta''}{\partial u\,\partial v} + \frac{\partial}{\partial v} \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 11 \\ 2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 22 \\ 1 \end{Bmatrix} + \mathrm{FK}.$$

En additionnant (2) et (3) et tenant compte de l'équation de Gauss

$$\delta\delta'' = \mathrm{H}^2\mathrm{K}, \qquad \mathrm{H}^2 = \mathrm{EG} - \mathrm{F}^2,$$

$$h + k = -2 \frac{\partial^2 \log \mathrm{HK}}{\partial u\,\partial v} + \frac{\partial}{\partial u} \begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} + \frac{\partial}{\partial v} \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix} + 2 \begin{Bmatrix} 11 \\ 2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 22 \\ 1 \end{Bmatrix} + 2\mathrm{KF}.$$

La somme des invariants tangentiels de Laplace relatifs à un réseau

conjugué d'une surface ne dépend que de l'élément linéaire de cette dernière.

3. Soient (S) et $(\bar{S})$ deux surfaces applicables rapportées à leur réseau conjugué commun. Pour la surface (S) nous conservons les notations du paragraphe précédent et désignons par $(\bar{\delta}, o, \bar{\delta}'')$ les coefficients de la seconde forme fondamentale de $(\bar{S})$.

Exprimons que les invariants tangentiels du réseau (u, v) sont les mêmes sur (S) et $(\bar{S})$,

$$\frac{\partial^2 \log \delta}{\partial u\, \partial v} = \frac{\partial^2 \log \bar{\delta}}{\partial u\, \partial v}, \qquad \frac{\partial^2 \log \delta''}{\partial u\, \partial v} = \frac{\partial^2 \log \bar{\delta}''}{\partial u\, \partial v},$$

ces équations et l'égalité de $\delta\delta''$ et $\bar{\delta}\bar{\delta}''$ donnent

$$\bar{\delta} = \delta \frac{V}{U}, \qquad \bar{\delta}'' = \delta'' \frac{U}{V},$$

où U et V sont respectivement de fonctions de u et v. Substituons ces expressions de $\bar{\delta}$ et $\bar{\delta}''$ dans les équations de Codazzi, vérifiées elles-mêmes par δ et δ'', on trouve (en posant $U_1 = U^2$, $V_1 = -V^2$)

$$(4) \qquad \left\{ \begin{aligned} -\begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix}' &= \begin{Bmatrix} 11 \\ 2 \end{Bmatrix} \frac{\delta''}{\delta} = \frac{V'V}{U^2 - V^2} = -\frac{1}{2}\frac{V_1'}{U_1 + V_1}, \\ -\begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix}' &= \begin{Bmatrix} 22 \\ 1 \end{Bmatrix} \frac{\delta}{\delta''} = \frac{U'U}{V^2 - U^2} = -\frac{1}{2}\frac{U_1'}{U_1 + V_1}, \end{aligned} \right.$$

$$(5) \qquad h = k = -\frac{1}{4}\frac{U_1' V_1'}{(U_1 + V_1)^2} - f = -\begin{Bmatrix} 11 \\ 2 \end{Bmatrix}\begin{Bmatrix} 22 \\ 1 \end{Bmatrix} + FK;$$

on voit que l'équation tangentielle de Laplace envisagée a nécessairement ses invariants égaux. Il y a plus, de (4) on déduit

$$\frac{\partial}{\partial u}\begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix}' = \frac{\partial}{\partial v}\begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix}' = -2\begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix}'\begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix}'.$$

Ce sont les équations de Cosserat qui expriment que le réseau (u, v) est conjugué sur ∞^1 déformées de S. On peut donc énoncer :

La condition nécessaire et suffisante pour que le réseau conjugué commun à deux surfaces applicables ait les mêmes invariants tangentiels sur ces surfaces est que ce réseau soit permanent sur ∞^1 déformées.

Le fait de la déformation continue est d'ailleurs en évidence sur les équations (4) : il suffit d'observer que l'on peut changer U_1 en $U_1 + m$, V_1 en $V_1 - m$, m est le paramètre de déformation.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur la relation entre les propriétés tangentielles et métriques des ensembles cartésiens.* Note de M. **Frédéric Roger**, présentée par M. Émile Borel.

Nous avons montré ([1]) comment le remarquable théorème de M. Arnaud Denjoy sur le contingent des courbes représentatives de fonction continue ([2]) trouve son fondement dans la nature intime du contingent des courbes de Jordan, d'un espace cartésien à un nombre quelconque de dimensions. Il y a plus : ce fondement se trouve dans la structure même du contingent des ensembles cartésiens les plus généraux. En effet, envisageant d'abord ce qui se passe dans le plan, nous avons cette proposition :

Dans tout ensemble plan, en négligeant éventuellement un sous-ensemble de longueur nulle, si le contingent n'est pas formé de tout le plan, le contingent bilatéral (ensemble des droites appartenant bilatéralement au contingent) *se réduit à une seule droite et, dans ce cas, si le contingent n'est pas formé de tout un demi-plan, il se réduit à une tangente unique bilatérale.*

On conçoit l'intérêt de cette proposition dans la théorie des variables complexes. Bornons-nous, pour l'instant à celle des variables réelles : le théorème des nombres dérivés, établi par M. Arnaud Denjoy pour les fonctions continues ([2]), puis par Mme Grâce Ghisholm Young pour les fonctions mesurables ([3]), est vrai pour les fonctions absolument quelconques, même non uniformes. La propriété s'applique indifféremment à toutes les espèces de courbes, eussent-elles des points multiples. Elle s'étend à l'espace à trois dimensions :

Dans tout ensemble cartésien à trois dimensions, à une exception près de surface nulle, si le contingent laisse échapper une demi-droite, le contingent bilatéral se réduit à un plan et, dans ce cas, si le contingent n'est pas formé de tout un demi-espace, il se réduit à ce seul plan.

Sous cette forme, la propriété intéresse tout particulièrement les surfaces; dans l'étude des courbes, il y a lieu de pousser plus loin l'analyse de la structure du contingent :

Dans tout ensemble cartésien à trois dimensions, à une exception près de longueur nulle, le sous-ensemble, où le contingent bilatéral laisse échapper

---

([1]) *Comptes rendus,* **200**, 1935, p. 2050, et **201**, 1935, p. 28.

([2]) A. Denjoy, *Journ. de Math. pures et appl.*, 7e série, **1**, 1915, p. 194.

([3]) Mme G. Chisholm Young, *Comptes rendus*, **162**, 1916, p. 380.

tout un plan, coïncide avec celui où le contingent bilatéral se réduit à une seule droite et le contingent en entier à un système de demi-plans admettant pour axe la droite précédente.

Ce qui se transpose dans les espaces supérieurs en un énoncé d'une grande précision :

THÉORÈME GÉNÉRAL. — *Dans tout ensemble cartésien à n dimensions, à une exception près de mesure d'ordre p nulle, le sous-ensemble où le contingent bilatéral laisse échapper une variété linéaire à $n-p$ dimensions* [1], *coïncide avec celui où le contingent bilatéral se réduit à une variété linéaire à p dimensions et la totalité du contingent à un système de demi-variétés linéaires à $p+1$ dimensions admettant la précédente pour base.*

La démonstration, par l'absurde, de cette proposition consiste à prouver qu'un certain sous-ensemble ne saurait avoir une mesure d'ordre p positive. Dans les raisonnements, on peut supposer fermé et borné l'ensemble donné car, en le fermant, on ne modifie pas le contingent aux points initialement donnés et, en le fractionnant par un régionnement dénombrable de l'espace, la mesure d'un sous-ensemble ne saurait être nulle dans chaque fraction et positive globalement. Dès lors le sous-ensemble en question se trouve être un ensemble de M. Borel, inclus dans un ensemble fermé de mesure d'ordre p finie. Il est donc mesurable à l'ordre p au sens de M. C. Caratheodory et il contient un ensemble parfait dont toute portion est de mesure d'ordre p positive et qui jouit d'un ordonnancement très précis, grâce à l'uniformité des propriétés tangentielles de l'ensemble de départ. Dans la démonstration, il est commode d'employer cette proposition, qui a du reste son intérêt propre :

THÉORÈME. — *Dans tout ensemble cartésien à n dimensions, toujours à une exception près de mesure d'ordre p nulle, en chaque point où le contingent bilatéral se réduit à une variété linéaire à p dimensions, celle-ci est élément tangent approximatif* en ce sens qu'au point considéré, l'épaisseur d'ordre p est égale à un, de la projection sur la variété suivant une direction n'appartenant pas à elle, de la partie de la fermeture de l'ensemble étudié comprise à l'intérieur d'un cône ayant pour sommet le point et enserrant la variété d'aussi près qu'on le veut.

---

[1] Nous savions déjà ce sous-ensemble entièrement inclus dans la limite d'une suite non décroissante d'ensembles fermés de mesure d'ordre p finie d'après l'énoncé du paragraphe I de notre seconde Note citée. Celui-ci suppose implicitement fermé l'ensemble à étudier; mais ce qui importe, c'est la propriété d'inclusion qui est tout à fait générale.

Comme application très particulière, nous précisons le théorème de M. A. Denjoy sur la *dérivée approximative* (¹) : en tout point où l'un au moins de ses nombres dérivés extrêmes est fini, une fonction continue l'admet pour dérivée approximative, à une exception près de mesure nulle sur ox, et même de longueur nulle sur la courbe représentative.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Caractérisation métrique de l'espace de Hilbert, des espaces vectoriels et de certains groupes métriques.* Note de M. N. **Aronszajn**, présentée par M. Gaston Julia.

Nous avons établi [2] que les groupes semi-vectoriels, abéliens et quasi-normés peuvent être caractérisés complètement (en tant que groupes métriques) par leurs propriétés métriques. Nous allons donner maintenant une caractérisation métrique effective de diverses classes de groupes en question et en particulier des espaces vectoriels normés et complets (espace de Banach) et de l'espace de Hilbert. A cet effet nous utiliserons les définitions et les notations introduites dans la Note citée.

1. Nous donnerons d'abord quelques proprétés métriques des groupes considérés.

Soit G un groupe abélien, semi-vectoriel et quasi-normé.

(1) *Pour tout couple d'éléments* a, b *de* G *il existe un centre de quasi-symétrie de* G, *la quasi-symétrie transformant* a *en* b.

Ce centre est unique et sera désigné par $\mathfrak{m}_1(a, b) = \mathfrak{m}_1(b, a)$.

(2) *Pour tout couple* (a, m) *de* G *il existe un et un seul point* $b = \mathfrak{b}(a, m)$ *tel que* m *soit le centre d'une quasi-symétrie de* G, *transformant* a *en* b.

(3) *Pour tout* a, b, c : $\overline{\mathfrak{m}_1(a,c),\ \mathfrak{m}_1(b,c)} = \overline{a, \mathfrak{m}_1(a,b)} = \overline{b, \mathfrak{m}_1(a,b)}$.

On démontre :

Théorème I. — *Les conditions* (1), (2) *et* (3) *sont nécessaires et suffisantes pour qu'un espace métrique abstrait* G *soit l'espace d'un groupe abélien, semi-vectoriel et quasi-normé* [3].

Théorème II. — *Pour qu'un espace métrique* G *forme l'espace d'un groupe abélien, semi-vectoriel et* normé, *il faut et il suffit que* G *satisfasse aux conditions :*

(¹) A. Denjoy, *Ann. de l'École Norm. sup.*, 3e série, **33**, 1916, p. 181, note (¹).

(²) *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 811.

(³) C'est-à-dire pour qu'on puisse définir pour les éléments de G une addition de manière que G forme un groupe abélien, semi-vectoriel et quasi-normé.

(1') *Pour tout* a, b *de* G *il y a un* (*et un seul*) *centre* $\mathfrak{m}(a, b)$ *de symétrie du segment* $\mathrm{I}(a, b)$, *la symétrie transformant* a *en* b;

(2') provient de (2) quand on y remplace l'expression « *quasi-symétrie de* G » par « *symétrie de* $\mathrm{I}(a, b)$ »;

(3') $\overline{\mathfrak{m}(a,c), \mathfrak{m}(b,c)} = \frac{1}{2}\overline{a,b}$

(la ligne moyenne est égale à la moitié du côté parallèle).

Théorème II'. — *Pour que* G *forme un espace vectoriel normé et complet, il faut et il suffit qu'il soit complet et satisfasse à* (1'), (2') *et* (3').

Théorème III. — *Pour que* G *forme un espace vectoriel parfaitement normé, il faut et il suffit qu'il soit parfaitement convexe et remplisse* (3') [*où* $\mathfrak{m}(x, y)$ *désigne le milieu du segment* $\mathrm{I}(x, y)$].

Théorème IV. — *Pour que* G *forme un espace euclidien* [*de dimension finie ou infinie* ([1])], *il faut et il suffit qu'il soit complet, parfaitement convexe, remplisse* (3') *et que la longueur d'une médiane ne dépende que de la longueur des côtés, c'est-à-dire :*

(α') $\overline{c, \mathfrak{m}(a,b)} = \frac{1}{2}\varphi(\overline{c,a}, \overline{c,b}, \overline{a,b})$.

La condition (3') peut être remplacée dans ce cas par une condition portant sur la fonction φ, notamment :

(β) *De* $\varphi(\alpha, \beta, \gamma) = \delta$ *résulte* $\alpha = \frac{1}{2}\varphi(\gamma, \delta, 2\beta)$.

Les conditions du théorème IV caractérisent l'espace de Hilbert, si l'on y ajoute encore la dimension infinie et la séparabilité.

2. Dans un espace parfaitement convexe les propriétés (α') et (β) ont pour résultat la propriété suivante :

(γ) *Si pour les deux triangles* (a, b, c) *et* (a', b', c') *on a* $\overline{a,b} = \overline{a',b'}$, $\overline{a,c} = \overline{a',c'}$ *et* $\overline{b,c} = \overline{b',c'}$, *la figure formée par les trois droites* $\mathfrak{L}(a', b')$, $\mathfrak{L}(a', c')$ *et* $\mathfrak{L}(b', c')$ *est applicable isométriquement sur celle formée par* $\mathfrak{L}(a, b)$, $\mathfrak{L}(a, c)$ *et* $\mathfrak{L}(b, c)$ ([2]).

([1]) Un espace euclidien réel de dimension $\mathfrak{n}$ (où $\mathfrak{n}$ est un nombre cardinal de puissance quelconque), au sens restreint, est l'espace de toutes les suites $\{x_\nu\}_{\nu<\alpha}$ avec des x_ν réels et α un nombre ordinal fixe de puissance $\mathfrak{n}$, telles que tous les x_ν, sauf un ensemble au plus dénombrable, sont nuls et que la norme $\|\{x_\nu\}\| = \Sigma x_\nu^2$ soit finie. Pour $\mathfrak{n} = n$ naturel, c'est un espace euclidien n-dimensionnel ordinaire. Pour $\mathfrak{n} = \aleph_0$ c'est un espace de Hilbert réel. Voir H. Löwig, *Acta Szeged*, 7, 1934, p. 1. Par extension on appellera espace euclidien de dimension $\mathfrak{n}$ un espace vectoriel normé, isomorphe et isométrique avec un espace euclidien au sens restreint, de dimension $\mathfrak{n}$.

([2]) C'est donc le troisième cas d'égalité de triangles! Il serait intéressant de savoir si (γ) ne résulte pas de (α') seul.

Il est intéressant de voir quels sont les espaces parfaitement convexes qui admettent la propriété (γ); ils peuvent être appelés pseudo-euclidiens. On trouve qu'un tel espace, s'il est de dimension finie n, forme ou bien un espace euclidien de dimension n, ou bien un espace n-dimensionnel de Lobatchewski. Si cet espace est de dimension infinie et s'il est complet, il est encore ou bien un espace euclidien, ou bien un espace de Lobatchewski d'une certaine dimension infinie.

On appelle ici espace de Lobatchewski (de courbure ρ) un espace métrique parfaitement convexe et complet dans lequel trois points quelconques sont toujours situés sur un sous-ensemble isométrique avec le plan non-euclidien de Lobatchewski (de courbure ρ) [1]. On définit dans un tel espace la perpendicularité de deux droites $\mathcal{L}(a, b)$ et $\mathcal{L}(a, c)$ par l'intermédiaire du plan non-euclidien qui les contient. La dimension d'un espace de Lobatchewski est la puissance maximum d'un système de droites de cet espace, issues d'un même point et perpendiculaires deux à deux.

MÉCANIQUE. — *Sur la variation de l'influence autour d'un point.* Note de M. **Edouard Callandreau**, présentée par M. Henri Villat.

1. On sait qu'une charge verticale mobile dans le plan vertical moyen de symétrie d'une pièce prismatique à ligne moyenne plane, produit en une section déterminée de celle-ci, un effet élastique dont la grandeur, portée à une échelle convenable à l'aplomb de la charge et à partir d'une horizontale de référence, permet de mettre en évidence la ligne d'influence de cet effet. Je recherche ici les lois de variation de cette influence, autour d'un point d'application de la charge, en fonction de l'inclinaison de cette dernière.

2. α, β, désignant les coordonnées rectangulaires d'un point C d'une courbe S du plan de la ligne moyenne de la pièce prismatique, $\eta(\alpha)$ représente l'ordonnée en C de la ligne d'influence, ou plus simplement dit, l'influence en C de l'effet élastique E correspondant à la charge mobile verticale unité, et $\xi(\beta)$ l'influence en C relative à la charge mobile horizontale unité. Alors une charge mobile unité $P = 1$ en C inclinée sur l'horizontale d'un angle λ donne lieu en C à l'influence :

$$1\,\eta \sin\lambda + 1\,\xi \cos\lambda. \tag{1}$$

---

[1] On pourrait définir de manière analogue les espaces euclidiens (en tant qu'espaces métriques), ce qui coïnciderait dans le cas de l'espace de Hilbert avec la caractérisation donnée par MM. Jordan et von Neumann (*Annals of Math.*, 36, 1935, p. 719).

3. Le point C étant regardé comme origine d'un système d'axes ξ, η parallèles à α, β, on peut faire correspondre, et réciproquement, à un point $C(\alpha, \beta)$ de S, un point γ de coordonnées ξ, η, dont la projection γ' sur la direction de P met en évidence le vecteur $C\gamma'$ égal en grandeur, direction et sens à l'influence (1). L'angle $\widehat{C\gamma\gamma'}$ étant droit, on peut énoncer les propositions suivantes :

1° *pour des directions différentes de la charge mobile* P, *le vecteur* $C\gamma'$ *correspondant, pivote autour du point* C; *et son extrémité* γ' *décrit une circonférence dont le diamètre* $C\gamma$ *constitue un invariant pour le point* C;

2° *l'influence relative à la charge* P *autour d'un point* C *est donnée en grandeur, direction et sens par le vecteur* $C\gamma'$ *intercepté sur la ligne d'action de* P *en* C *par la circonférence ayant pour diamètre l'invariant* $C\gamma$;

3° *la somme des carrés des influences suivant deux directions rectangulaires quelconques issues du point* C *est constante et égale au carré de l'invariant* $C\gamma$.

On reconnaît en particulier que l'influence est maxima et égale à $C\gamma$, si la direction de P coïncide avec celle de ce diamètre; elle serait nulle si cette direction lui était perpendiculaire.

4. Les lignes d'influence ξ, η et la ligne S ne sont pas indépendantes entre elles : une relation existe entre les coordonnées et leurs points respectifs. En effet, l'ensemble des forces verticales $1/h \times (-1)$ et $1/h \times (+1)$ agissant respectivement aux points C et C_1, de S, de distance horizontale h, donne lieu pour l'effet élastique E à l'influence

$$\frac{1}{h}\cdot\eta(\alpha+h) - \frac{1}{h}\eta(\alpha) = \frac{\eta(\alpha+h) - \eta(\alpha)}{h}$$

qui pour h infiniment petit permet d'énoncer, que le couple unité $(1/h \times h)$ mobile sur S provoqne en C pour l'effet E l'influence $\eta' = d\eta/d\alpha$. De semblable façon, on peut dire que le couple unité provoque en C pour l'effet E l'influence $\xi' = d\xi/d\beta$. Et l'on en déduit, puisque dans les deux cas l'effet E reste identique à lui-même, comme le moment unité en C :

$$\frac{d\xi}{d\beta} = \frac{d\eta}{d\alpha},$$

d'où par intégration la relation annoncée qui, α' et β' désignant respectivement dans l'équation $S(\alpha, \beta) = 0$ de la ligne S les dérivées de α en β, et de β en α, peut s'écrire sous l'une des formes

$$\xi = \int \beta'\eta'\,d\alpha + k, \qquad \eta = \int \alpha'\xi'\,d\beta + k', \qquad \beta = \int \frac{\xi'}{\eta'}\,d\beta + k''.$$

Elle permet, en particulier, connaissant deux des trois lignes $\xi\eta$S, d'en déduire la troisième.

5. J'ajouterai les deux remarques suivantes :

a. Ces démonstrations ne faisant pas intervenir la section de la pièce, les propositions énoncées valent pour une pièce à ligne moyenne courbe de section, donc de moment d'inertie variable;

b. Un cas particulièrement simple est celui où la ligne S est rectiligne, ce qui conduit à faire $\beta = m\alpha$; d'où, par exemple,

$$\xi = m\eta + k_0;$$

si de plus la constante k_0 d'intégration est nulle, on voit que les diamètres $C\gamma$ relatifs à chaque point C de S sont tous parallèles et normaux à S.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Accélération d'une réaction structurale, dans un acier, par l'effet d'une contrainte mécanique.* Note ([1]) de MM. **Pierre Chevenard** et **Xavier Waché**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Dans le revenu des alliages hors d'équilibre interviennent en général, des réactions d'ordre physicochimique et des réactions d'ordre structural. Les contraintes mécaniques ont le pouvoir d'accélérer les premières, et nous avons récemment décrit l'influence d'une tension alternative sur la vitesse de précipitation du carbure dans une austénite fer-nickel-chrome-carbone hypertrempée ([2]). Quant aux réactions structurales, telles que la coalescence de la cémentite dans les aciers, l'effet accélérateur des interventions mécaniques, nié par Bailey et Roberts ([3]), a été constaté par Jenkins et Mellor ([4]) pour une déformation allant jusqu'à la rupture. Nous nous proposons de montrer que cet effet existe, qu'il est même pratiquement important, pour des déformations d'amplitude beaucoup plus faible, de quelques centièmes seulement.

Les expériences ont porté sur un acier chrome-molybdène-vanadium :

([1]) Séance du 28 octobre 1935.

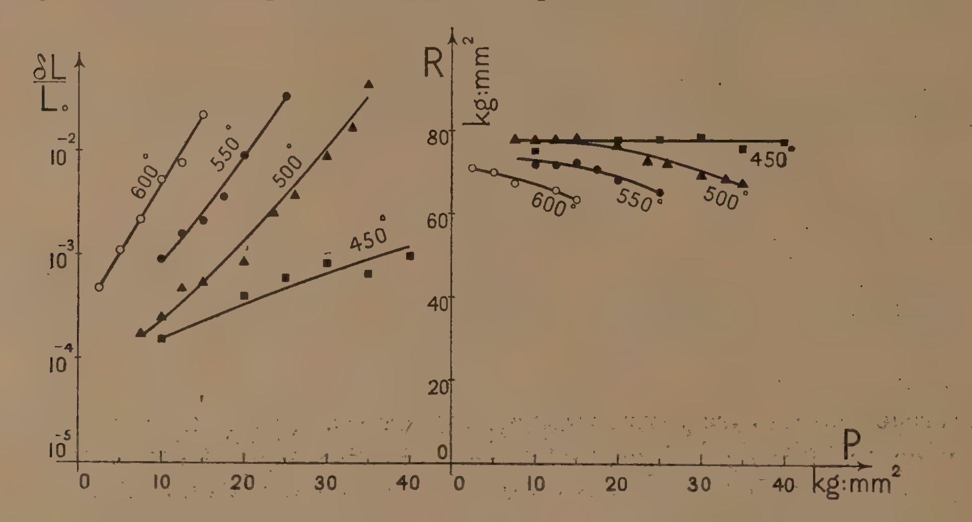
([2]) P. Chevenard et X. Waché, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 261.

([3]) R.-W. Bailey et A.-M. Roberts, Mémoire présenté à l'*Institution of Mechanical Engineers*, le 19 février 1932 et publié dans *Engineering*, 133, 26 février et 4 mars 1932, p. 262 et 295.

([4]) C.-H.-M. Jenkins et G.-A. Mellor, Advance Copy, *Iron and Steel Institute*, septembre 1935.

C = 0,1; Cr = 7; Mo = 0,7; Va = 0,3. Après trempe à l'air et revenu d'une heure à 675°, l'acier a été essayé à chaud sous charge et à température constantes : les charges s'échelonnaient de 2,5 à 40 kg/mm², et les températures de 450° à 600°.

Après l'essai à chaud, chacune des éprouvettes a subi un essai de traction usuel à température ordinaire. Puis, dans l'un des tronçons, on a usiné un barreau pour la mesure de la résistivité, de l'aimantation rémanente et du champ cœrcitif à température ordinaire, pour l'examen micrographique,



et pour un essai dilatométrique poussé jusqu'au seuil de la transformation Ac.

La figure représente, pour quatre températures d'essai à chaud, et en fonction de la charge P, l'allongement permanent $\delta L/L_0$ (échelle logarithmique) d'origine visqueuse obtenu au bout de 46 heures, et la ténacité à froid R. Les courbes R montrent que, durant l'essai à chaud, le métal a subi un *adoucissement*, en relation avec l'importance du fluage. Comme ni les essais dilatométriques ni les mesures de résistivité, d'aimantation et de champ coercitif ne révèlent de modification physicochimique appréciable, l'adoucissement observé a donc pour cause principale une modification structurale de l'alliage trempé et revenu, c'est-à-dire une coalescence du carbure; cette modification est à peine sensible à l'examen micrographique.

Ces expériences montrent avec quel soin il faut contrôler la marche des appareils et des machines travaillant à chaud, et construits avec des aciers trempés et revenus.

Utilisé dans l'industrie chimique au-dessous de 500° et sous charge infé-

rieure à 8 kg/mm², conditions dans lesquelles le fluage est insensible, l'acier étudié conserve sa ténacité initiale : une observation poursuivie pendant près d'un an l'a démontré. Mais tout dépassement accidentel de la température ou tout surcroît momentané de la charge, suffisants pour provoquer une déformation permanente appréciable, réduisent définitivement la résistance du métal. Un tel résultat n'était nullement certain *a priori* quant à l'action de la contrainte mécanique.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Influence de divers adjuvants sur la combustion du gas oil dans les moteurs à injection.* Note (¹) de MM. **Marius Aubert, Pierre Clerget** et **Roger Duchêne**, présentée par M. Aimé Cotton.

M. Clerget (²) a rendu compte des essais qu'il poursuit depuis 1901, en vue d'augmenter le rendement thermique des moteurs par l'emploi simultané de divers carburants et nous avons signalé récemment (³) les propriétés de l'alcool et de l'aldhéhyde benzoïque, qui, supprimant la détonation, agissent en régularisant la combustion.

Nous avons poursuivi depuis des recherches avec le même appareil (⁴), auquel il a été apporté quelques améliorations en vue de le rendre plus semblable à un moteur réel (système bielle-manivelle et volant); d'autre part, l'enregistrement de pression a été mis au point.

Les conditions expérimentales sont les suivantes : taux de compression, 13; température de la cylindrée, 95°; début et fin d'injection, respectivement 20° et 8° avant le point mort; cylindrée, $1^l,120$; volume total injecté par les deux injecteurs *en parties égales*, 38^{mm^3}. Le film d'enregistrement parcourt 25^m par seconde.

La présente Note expose la double action du nitrate d'éthyle $C^2H^5NO^3$ comme *régularisateur de combustion* (suppression de la détonation) et comme *amorce d'inflammation* (diminution du délai d'inflammation).

Ci-après quatre enregistrements de propagation de la flamme et les diagrammes de pression correspondants. Pour ces derniers, les ordonnées représentent la pression et les abscisses le déplacement du piston, mais, pour plus de netteté, nous avons avancé de 70° les indications des déplace-

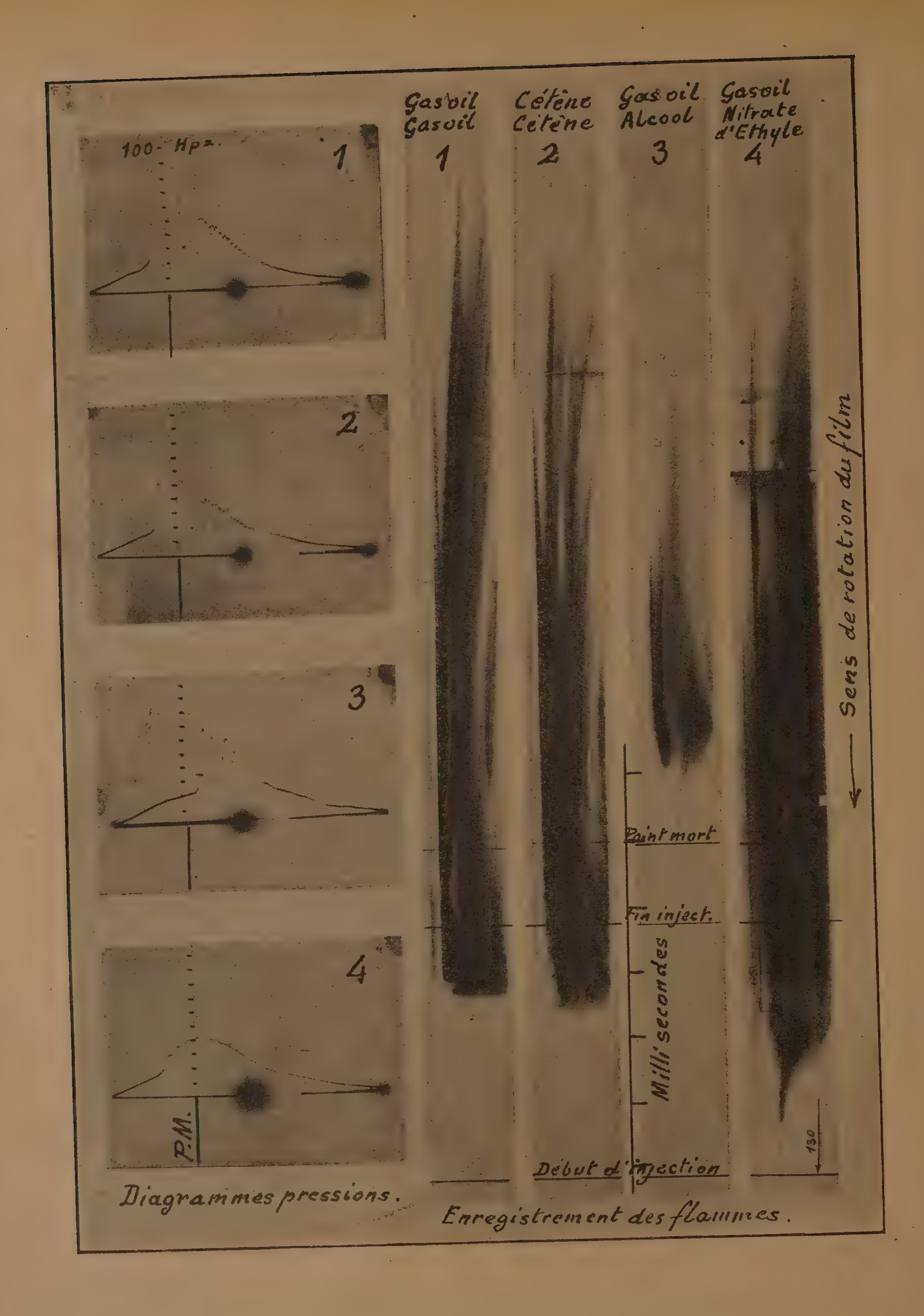
---

(¹) Séance du 28 octobre 1935.

(²) *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 1645; *Sc. Aérienne*, **2**, 1933, p. 190.

(³) *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 1577.

(⁴) *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 1633.



Diagrammes pressions.

Enregistrement des flammes.

ments du piston par rapport aux indications de pression correspondantes.

Voici les observations que l'on peut faire sur les enregistrements :

1° *Gasoil dans les deux injecteurs.* — Délai d'allumage : 3 millisecondes. Stries caractéristiques de la détonation. Montée en pression très brutale (le spot se déplace si vite sur le papier du manographe que le trait de montée en pression est à peine visible, il sort des limites de la feuille).

2° *Cétène dans les deux injecteurs.* — Délai : 2,5 millisecondes. Quelques stries. Montée en pression également très brutale.

3° *Gasoil dans un injecteur. Alcool dans l'autre.* — Délai : 6,5 millisecondes. Pas de stries. Montée en pression moins brutale et moins élevée.

4° *Gasoil dans un des injecteurs. Mélange de gasoil et de nitrate d'éthyle à* 50 *pour* 100 *dans l'autre.* — Délai inférieur à 1 milliseconde, c'est-à-dire très faible. Pas de stries. Montée en pression progressive. Pression moyenne du même ordre que pour le gasoil et le cétène.

Même résultat si au lieu de la double injection dyssymétrique du 4° on injecte un mélange homogène de gasoil et de nitrate à 25 pour 100 de ce dernier. L'influence du nitrate se manifeste de même pour des proportions moindres de cet adjuvant, elle est encore très efficace au taux de 5 pour 100.

M. Clerget a pu essayer sur un moteur monocylindre, muni d'un double injecteur, l'influence du nitrate d'éthyle. Voici les résultats comparatifs qu'il a obtenus sans rien changer à l'avance :

Gasoil aux deux injecteurs : vitesse 1800 t/m pour une charge déterminée, puissance normale.

Gasoil à l'un des injecteurs. Mélange de gasoil et de nitrate à 50 pour 100 dans l'autre injecteur : vitesse 2500 t/m pour la même charge.

La modification apportée dans l'évolution de la combustion semble donc permettre d'augmenter très sensiblement la puissance d'un moteur donné.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Sur les constantes du mouvement des étoiles* F. Note de M. **Henri Camichel**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Je me propose de donner, dans cette Note, les résultats de l'étude que j'ai faite de la variation de la vitesse d'ensemble des étoiles F dans le plan galactique, d'après la méthode indiquée par M. Mineur [1] et déjà employée pour les autres types spectraux [2].

---

(1) H. Mineur et P. Guintini, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 61.

(2) Ch. Bertaud, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1098; M[lles] R. Canavaggia et Fribourg, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1195.

Pour cela le plan galactique a été divisé en carrés de 30 parsecs de côté. Dans chacun d'eux, on a formé la moyenne X et Y des composantes des vitesses stellaires, et celle x et y des coordonnées des étoiles par rapport aux deux premiers axes galactiques.

J'ai fait le calcul pour toute les étoiles dont la parallaxe, le mouvement propre et la vitesse radiale ont été publiés. Après élimination de celles dont la vitesse résiduelle est plus grande que 63 km/sec, il en reste 475 réparties en 26 carrés. Les étoiles éloignées étant trop peu nombreuses pour permettre de calculer des termes en x et y de degré plus élevé que le premier, j'ai représenté X et Y par des fonctions linéaires en x et y

$$X = a_0 + a_1 x + a_2 y,$$
$$Y = b_0 + b_1 x + b_2 y.$$

La méthode des moindres carrés donne, pour valeur des coefficients (x et y en parsecs et X et Y en km/sec) :

$$a_0 = -16,3 \pm 0,7, \qquad 10^2 a_1 = +0,8 \pm 1,7, \qquad 10^2 a_2 = +9,1 \pm 2,0;$$
$$b_0 = -4,6 \pm 0,7, \qquad 10^2 b_1 = -0,3 \pm 1,7, \qquad 10^2 b_2 = -4,1 \pm 1,9.$$

Les valeurs a_0 et b_0 sont conformes aux valeurs ordinairement admises pour les composantes de la vitesse du Soleil.

Les constantes de Oort se calculent facilement d'après les coefficients $a_1\, a_2$ et $b_1\, b_2$. J'ai trouvé

$$l_0 = 346^\circ \pm 4^\circ, \qquad A = +0,050 \pm 0,013, \qquad B = -0,047 \pm 0,013.$$

La valeur obtenue pour l_0 est d'accord avec la valeur généralement admise (330°). Au contraire A et B sont environ trois fois plus grands que leurs valeurs classiques. Il faut rapprocher ce résultat de celui trouvé par MM. Mineur, Varchon, Barbier, Mlles Canavaggia, Chevallier, Roumens (1), lesquels ont obtenu une valeur 3,5 fois plus grande pour le type F en utilisant uniquement des vitesses radiales.

---

(1) *Bull. astronomique*, 6, fasc. VIII, 1930, p. 355.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les conductivités interne et superficielle de l'oxyde cuivreux.* Note [1] de M. **Léon Dubar**, présentée par M. Paul Janet.

J'ai montré [2] que la conductance de conducteurs *linéaires* d'oxyde cuivreux diminuait en présence d'humidité et pouvait être considérée comme une fonction grossièrement réversible de la pression partielle de la vapeur d'eau de l'atmosphère dans laquelle était plongé le conducteur.

Dans un conducteur *linéaire*, il y a superposition d'une conduction *interne* et d'une condition *superficielle*. En désignant par s, la section transversale du conducteur, par p, son périmètre et par l sa longueur, la résistance R est donnée par la formule

$$\frac{1}{R} = \frac{\sigma s}{l} + \frac{\omega p}{l}, \tag{1}$$

où σ désigne la conductivité interne et ω, la conductivité superficielle.

Si nous mesurons maintenant la résistance R′, d'une *plaque* d'épaisseur e, prélevée dans le même morceau d'oxyde que l'échantillon linéaire, traversée par le courant normalement à sa surface, grâce à deux électrodes superficielles, dont l'une, de surface S, est entourée d'un *anneau de garde*, cette résistance a pour valeur

$$R' = \frac{e}{\sigma s}. \tag{2}$$

Les résistances sont déterminées au moyen des courants traversant les échantillons sous une différence de potentiel donnée. L'artifice bien connu de l'anneau de garde, maintenu au même potentiel que l'électrode entourée, oblige le courant à traverser la plaque normalement et élimine par suite l'effet de la conductivité superficielle.

Des formules (1) et (2), on déduit aisément σ et ω.

Les échantillons d'oxyde cuivreux étudiés ont été choisis aussi homogènes que possible, formés d'une seule couche de cristaux et recuits longuement dans le vide.

J'ai obtenu des électrodes très adhérentes et très conductrices par évaporation de couches appliquées au pinceau, d'une solution épaisse de graphite colloïdal dans l'eau. De telles électrodes sont utilisées industriellement

---

[1] Séance du 4 novembre 1935.

[2] L. Dubar, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1923.

depuis quelques années pour la mesure des résistances des diélectriques. J'ai constaté, par vérification rigoureuse de la loi d'Ohm, que les contacts ainsi réalisés avec l'oxyde cuivreux, sont dépourvus d'effet de couche d'arrêt, fait déjà signalé d'ailleurs par Dhume et Shottky [1].

La méthode décrite ci-dessus m'a servi à étudier, pour différents échantillons d'oxyde cuivreux, l'influence de l'humidité sur chacune des deux conductivités σ et ω.

Voici les résultats obtenus pour l'un d'entre eux :

Dimensions des conducteurs. — Barre : longueur utile, $1^{cm},8$; largeur, $0^{cm},606$; épaisseur, $0^{cm},115$. Plaque : épaisseur, $0^{cm}0815$; surface utile, $0^{cm^2},44$.

Différence de potentiel appliquée : 15 volts.

Premières mesures faites dans l'atmosphère du laboratoire.

Dernières mesures, après 70 heures de dessiccation, par l'anhydride phosphorique, en vase clos.

Température		17°,5	15°,8
Durée de la dessiccation (heures)		0	70
Courant 10^{-7} ampère : Barre		5,95	26,30
Plaque	Anneau de garde relié à la pile	13,7	13,1
	Anneau de garde isolé	68,2	140,0

Le courant *interne* dans la plaque (anneau de garde relié à la pile) n'a pas changé sous l'effet de la dessiccation, la faible diminution constatée résultant de la variation de température. L'humidité n'agit donc que sur la conductivité *superficielle*. A partir de ces données, j'ai calculé les quantités suivantes :

Conductivité interne : $\sigma = 1,61.10^{-8}$ mho.cm/cm².

Conductivité superficielle après dessiccation : $\omega = 21,7.10^{-8}$ mho.cm/cm.

Courant *interne* dans la barre, calculé : $0,936.10^{-8}$ A.

Courant *superficiel* dans la barre après dessiccation : 262.10^{-8} A (sensiblement égal au courant total).

Pour un autre morceau d'oxyde cuivreux, j'ai trouvé :

$$\sigma = 15,6.10^{-8} \text{ mho.cm/cm}^2, \quad \omega = 15,2.10^{-8} \text{ mho.cm/cm}.$$

L'oxyde cuivreux possède donc une conductivité superficielle très élevée, qui diminue sous l'influence de la vapeur d'eau adsorbée. Des expériences sont en cours concernant l'action d'autres vapeurs et gaz qui agissent également de façon marquée sur la conductivité.

---

(1) E. Dhume et W. Schottky, *Naturwiss.*, 18, 1930, p. 735.

Il est intéressant de constater que certaines attaques chimiques superficielles, ayant pour effet de former à la surface de l'oxyde cuivreux une mince pellicule d'un sel de cuivre insoluble, peuvent également diminuer très fortement la conductivité superficielle. Cette dernière, pour l'un des échantillons étudiés plus haut, est passée de $21,7 . 10^{-8}$ mho.cm/cm (surface propre desséchée) à $0,247 . 10^{-8}$ mho.cm/cm, après attaque légère à l'acide phosphorique dilué, suivie de lavage et de séchage, devenant ainsi 88 fois plus faible.

Je me propose de donner, dans un autre Recueil, une interprétation théorique de ces faits.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur un contrôle électrométrique des réactions de déplacement.* Note[1] de M[lle] **Suzanne Veil**, présentée par M. Georges Urbain.

La considération de la force électromotrice en circuit ouvert des piles voisines des piles de contact et réalisées par confrontation de métaux dans un semi-conducteur d'inertie chimique suffisante tel que la gélatine a conduit à soupçonner, dans toute pile, une intervention essentielle de l'effet Volta [2]. Il était intéressant d'étendre l'investigation à des piles engageant au contraire des réactions, afin de fixer la mesure dans laquelle la force électromotrice en circuit ouvert d'une chaîne donnée peut être fonction des phénomènes chimiques dont le système est le siège. Comme il a été déjà remarqué, les phénomènes chimiques interviennent, non seulement par l'énergie qu'ils mettent en œuvre, mais encore par les altérations interfaciales qu'ils provoquent et qui sont l'origine d'effets Volta secondaires.

Les confrontations de métaux ont été reprises présentement en milieu électrolytique aqueux. Le platine est constamment adopté pour l'une des électrodes, en sorte que la réaction du bain sur l'autre électrode devient accessible à un contrôle électrométrique. Les deux électrodes étant préalablement connectées à l'électromètre, l'électrode de platine est immergée la première, et les mesures débutent aussitôt que possible après l'immersion de l'autre électrode.

Dès avant toute attaque, à l'instant précis de la constitution de la chaîne

(1) Séance du 28 octobre 1935.

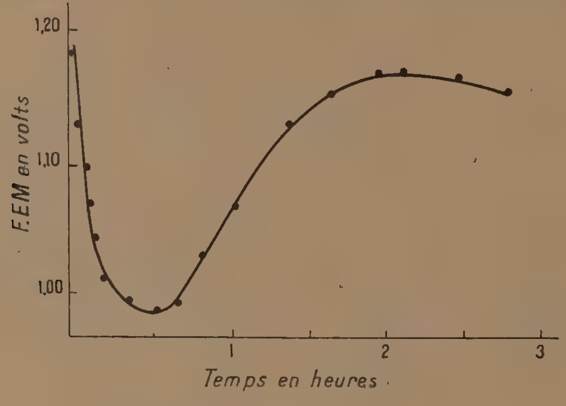
(2) *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 1318 et 2013, et **201**, 1935, p. 551.

par mise en présence des réactifs, on peut présumer que la force électromotrice rigoureusement initiale ne relève que d'un effet Volta. Son estimation nécessite évidemment une extrapolation, quelle que soit la célérité de l'opérateur : par suite, elle reste toujours approximative, d'autant plus que les réactions envisagées empruntent une allure plus rapide.

Les réactions de déplacement, qui entraînent éventuellement des altérations interfaciales très sensibles et interviennent directement ou non dans maintes piles usuelles, ont été abordées par cette méthode. Les observations se sont rapportées à la réaction bien connue du zinc et des sels cuivriques, selon le schème :

$$Cu^{++} + Zn \rightarrow Zn^{++} + Cu.$$

L'opposition des fils de zinc et de platine, correspondant respectivement



Réaction $Cu^{++} + Zn \rightarrow Zn^{++} + Cu$.

aux pôles négatif et positif de la pile, a lieu dans un tube en U soigneusement immobilisé, contenant la solution cuivrique. La première lecture, pratiquée dès l'immersion du fil de zinc, comme il a été indiqué ci-dessus, révèle une force électromotrice dépassant nettement le volt. Les lectures se font ensuite dans le sens d'un abaissement brusque, qui fait présumer supérieure à cette première valeur la force électromotrice rigoureusement initiale de la chaîne (d'origine Volta). Après avoir atteint un minimum, la force électromotrice croît jusqu'à une valeur assez proche en général de la valeur tout d'abord enregistrée. Elle oscille ensuite plus ou moins régulièrement, et sans jamais dépasser notablement cet ordre de grandeur.

Les observations sont cohérentes autant que l'électrode de zinc demeure robuste et qu'à sa surface les cristaux de zinc précipités conservent leur adhérence. En chaque cas, comme le fait prévoir la complexité du méca-

nisme de la précipitation, signalée notamment par Barlot ([1]), les chiffres trouvés dépendent non seulement de la nature du bain et de sa concentration, mais encore de contingences particulières, telles que la forme des électrodes et leur distance. A titre d'indication, on trouvera, illustrés par la figure, les résultats d'une expérience relative à une confrontation de zinc et de platine dans une solution N/5 de sulfate cuivrique. La première lecture a fourni 1,19 volt, le premier minimum ayant correspondu à 0,98 volt et le maximum suivant à 1,16 volt. La force électromotrice n'a plus donné lieu, au delà d'une durée de trois heures, qu'à des observations irrégulières.

Du contrôle électrométrique de tels phénomènes de déplacement il ressort bien que même dans ce cas de réaction manifeste, les phénomènes chimiques apparaissent comme des facteurs accessoires de la force électromotrice du système, issue primairement d'un effet Volta. La présente décroissance de début de la force électromotrice peut être regardée comme provoquée par un effet Volta secondaire, prenant son origine dans la substitution d'une surface de cuivre à la paroi primitive de zinc, au pôle négatif de la chaîne.

POLARIMÉTRIE. — *Le pouvoir rotatoire du quartz pour les rayons perpendiculaires à l'axe optique et sa dispersion entre 2537 et 5780 angströms.* Note de MM. **Georges Bruhat** et **Louis Weil**, présentée par M. Aimé Cotton.

Le rapport ρ/ρ_0 des pouvoirs rotatoires du quartz pour des rayons perpendiculaires et parallèles à l'axe a été déterminé récemment, d'une part par Szivessy et Munster ([2]), qui ont donné pour les radiations visibles la valeur $-0,45$, d'autre part par Bruhat et Grivet ([3]), qui ont donné pour les radiations ultraviolettes comprises entre 3000 et 4358 Å la valeur $-0,52$.

Nous avons d'abord repris les mesures de Bruhat et Grivet avec les mêmes appareils, analyseur photoélectrique et compensateur en mica nu, puis nous les avons étendues aux radiations ultraviolettes de l'arc au mer-

---

([1]) *Thèse de Doctorat*, Paris, 1926; *Ann. de Chim.*, 10e série, 6, 1926, p. 87 et 135.
([2]) G. Szivessy et Cl. Munster, *Ann. der Phys.*, 20, 1934, p. 396.
([3]) G. Bruhat et P. Grivet, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1034.

cure comprises entre 3021 et 2537 Å en utilisant le compensateur en quartz décrit dans une Note précédente [1]; nous les avons également complétées par des mesures visuelles faites avec un compensateur en mica pour les deux radiations jaune et verte de l'arc au mercure.

Toutes nos mesures ont été faites par la méthode déjà employée par Bruhat et Grivet, c'est-à-dire par l'analyse des vibrations elliptiques transmises aux azimuts d'égalité par une lame mince de quartz parallèle. Mais les pointés ont été conduits et groupés de façon un peu différente, de manière à mieux mettre en évidence et à éliminer plus sûrement les erreurs accidentelles, telles que les erreurs de position de la lame et du compensateur ou l'erreur d'ellipticité du polariseur. La précision de nos mesures peut-être caractérisée par ce fait que nous avons observé que la vibration que nous fournit notre polariseur n'est pas rigoureusement rectiligne, mais présente une légère ellipticité β_0 voisine de 1 minute que, dans toutes nos séries de mesures, nous avons toujours retrouvée avec des valeurs extrêmes de $0',75$ et $1',12$.

D'autre part nous avons apporté un soin particulier au choix des lames : parmi celles dont nous disposions, nous n'en avons utilisé que quatre, à faces bien parallèles, ne présentant dans la surface employée que des variations d'épaisseur de l'ordre du quart de micron, et nous avons choisi pour chaque radiation celle des quatre lames qui était la plus voisine d'être demi-onde.

Le tableau suivant donne, pour chaque longueur d'onde, l'ordonnée ε en minutes des points qui représentent sur la sphère de Poincaré les vibrations privilégiées du quartz pour des rayons perpendiculaires à l'axe, la valeur absolue ρ en degrés par millimètre du pouvoir rotatoire correspondant, ainsi que le rapport ρ/ρ_0 de ce pouvoir rotatoire au pouvoir rotatoire suivant l'axe.

λ.	ε.	ρ.	$-\rho/\rho_0$.	λ.	ε.	ρ.	$-\rho/\rho_0$.
254...	35,5	80,5	0,54	334...	26	40,5	0,54
265...	33	72	0,545	366...	24	33,5	0,545
280...	31,5	62	0,54	404...	21,5	26,5	0,54
296...	29	53	0,53	436...	20	23	0,55
302...	28,5	51	0,53	546...	15,5	13,5	0,535
313...	28,5	48,5	0,55	578...	15	12,5	0,55

Pour toutes les radiations les ellipticités ε des vibrations analysées sont

---

[1] G. Bruhat et L. Weil, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 719.

déterminées à une demi-minute près. Nous pensons que les erreurs dues aux défauts des lames sont négligeables ; cette opinion est confirmée par le fait que les valeurs obtenues pour ε pour les différentes radiations, bien qu'elles soient fournies par des lames différentes, se disposent sur une courbe régulière ; comme les défauts des lames ne peuvent avoir pour effet que de diminuer les valeurs de ρ/ρ_0, elle est également confirmée par le fait que nous trouvons pour ce rapport des valeurs supérieures à celles des auteurs précédents. Nous avons donc sur ρ la même précision que sur ε, c'est-à-dire que l'erreur relative sur ρ et ρ/ρ_0 va de 1,5 pour 100 dans l'ultraviolet lointain à 3 pour 100 dans le visible. La valeur moyenne du rapport ρ/ρ_0 est $-0,54$, l'écart moyen des valeurs trouvées pour les différentes raies à cette valeur moyenne étant de 0,5 pour 100 : *dans tout l'intervalle spectral étudié la dispersion rotatoire du quartz est la même pour les rayons perpendiculaires et parallèles à l'axe.*

PHYSIQUE. — *La diffusion des rayons X varie de façon discontinue avec l'angle de diffusion.* Note de M. **Jean Laval**, présentée par M. Aimé Cotton.

J'ai étudié la diffusion des rayons X par les corps simples cristallisés, en perfectionnant la technique sur les points suivants :

1° j'ai utilisé des faisceaux incidents monochromatiques (obtenus par réflexion du rayonnement propre d'un tube à rayons X sur un cristal de sel gemme ou de gypse) ;

2° j'ai comparé directement, avec une chambre d'ionisation, les intensités des faisceaux diffusés à celles du faisceau incident. J'ai adjoint à la chambre un dispositif électrométrique qui permet d'apprécier jusqu'à la cent-millionième partie de l'intensité du faisceau incident.

Je n'ai étudié les faisceaux diffusés qu'en dehors des domaines angulaires où se produisent, suivant la loi de Bragg, les réflexions sélectives. Presque toutes mes mesures ont été faites pour des angles de diffusion inférieurs à l'angle qui est formé par le faisceau incident et la direction du premier faisceau réfléchi. Je n'ai pas déterminé, dans les intensités des faisceaux diffusés, les parts qui reviennent au rayonnement cohérent et au rayonnement incohérent (Compton). Mais j'ai vérifié par des mesures d'absorption que ces faisceaux ne contiennent pas de rayonnement parasite. Grâce à ces précautions j'ai obtenu un résultat inattendu :

Le pouvoir diffusant est une fonction discontinue de l'angle de diffusion. Je définis le pouvoir diffusant A comme il suit : Un élément d'un corps cristallisé de masse dm est plongé dans un faisceau parallèle, de section droite s, de densité constante, d'intensité I; cet élément a des dimensions suffisamment petites pour que l'absorption soit négligeable; il diffuse une intensité di dans un angle solide $d\omega$ et dans une direction qui fait avec les rayons incidents un angle égal à φ : $A = s\,di/I.dm.d\omega$. J'ai tracé les courbes qui représentent, pour chaque fréquence ν du faisceau incident, la variation de A avec $\sin\varphi/2$. Ces courbes (dites de diffusion) sont discontinues. J'appellerai leurs discontinuités des arêtes de diffusion. Entre deux arêtes le pouvoir diffusant croît avec $\sin\varphi/2$; il diminue brusquement au passage par une arête. Ainsi la courbe de diffusion de l'aluminium pour la fréquence $1,955 \times 10^{18}$ (raie Kα du Cu) présente entre 8° et 35° six arêtes aux abscisses suivantes :

0,085; 0,110; 0,130; 0,178; 0,236; 0,282.

Pour l'arête d'abscisse 0,110, la diminution du pouvoir diffusant est d'environ 40 pour 100.

Les abscisses des arêtes obéissent à deux lois :

Première loi. — *Les abscisses des arêtes d'un même corps sont proportionnelles aux longueurs d'onde des rayons incidents.* A chaque arête correspond un produit $\nu \sin\varphi/2$ invariable que j'appellerai son abscisse absolue [1].

J'ai étudié ce phénomène sur des poudres cristallines d'aluminium, de chrome, de nickel, de zinc, de molybdène, d'argent, de platine, d'or et sur un cristal d'antimoine. Les courbes de diffusion de tous ces corps ont la même allure. Sur toutes on distingue une sorte de triplet formé par trois arêtes très rapprochées dont les abscisses sont entre elles dans des rapports sensiblement égaux pour toutes les courbes. J'appellerai homologues les arêtes qui sont dans la même position par rapport à ce triplet.

Deuxième loi. — *Les abscisses absolues des arêtes homologues sont une*

---

[1] Admettons que la diffusion se fasse sans changement de fréquence. Soit c' la vitesse du photon immédiatement avant sa rencontre avec l'électron diffusant. Considérons le choc comme élastique. Au cours de celui-ci la quantité de mouvement échangée est égale à $(2h\nu \sin\varphi/2)/c'$. Si c' peut être confondue avec la vitesse c dans le vide, cette quantité de mouvement est constante pour une même arête.

fonction linéaire du nombre atomique N *du corps simple*

$$\nu \sin \frac{\varphi}{2} = \alpha N + \beta ;$$

α et β sont deux constantes (positives dans tous les cas étudiés). Ainsi, pour l'arête du nickel d'abscisse absolue $4{,}36 \times 10^{17}$ et les arêtes homologues, $\alpha = 1{,}47 \times 10^{16}$, $\beta = 2{,}32 \times 10^{16}$. Le tableau qui suit met en parallèle les valeurs des abscisses absolues calculées d'après la formule précédente avec les valeurs mesurées :

Éléments	Al.	Cr.	Ni.	Zn.	Ag.	Sb.	Pt.	Au.
Nombres atomiques	13	24	28	30	47	51	78	79
Abscisses calculées	2,14	3,76	4,35	4,64	7,14	7,72	11,66	11,81
Abscisses mesurées	2,16	3,70	4,36	4,70	$7{,}0_3$	7,71	11,70	11,90

Cette relation avec le nombre atomique établit que les propriétés décrites ici appartiennent à l'atome et ne sont pas la conséquence du fait qu'il est inclus dans un cristal. Elles paraissent indépendantes de la combinaison où l'atome est engagé. La courbe de diffusion du sel gemme présente les arêtes que prévoit la loi des nombres atomiques appliquée au chlore et au sodium.

Le tableau suivant donne, multipliées par 10^{-17}, les abscisses absolues ($\nu \sin \varphi 2$) que j'ai déterminées jusqu'ici. J'ai mis dans une même colonne celles qui se rapportent à des arêtes homologues. Les valeurs entre parenthèses n'ont pas été l'objet de déterminations précises.

Éléments											
Al	–	–	(1,7)	2,16	2,46	3,47	4,61	5,51	8,34	8,90	9,78
Cr	–	–	–	(3,7)	–	6,37	–	–	–	–	–
Ni	–	–	(3,5)	(4,36)	$5{,}0_0$	–	9,66	–	–	–	–
In	–	–	–	4,70	(5,4)	–	–	–	–	–	–
Mo	–	–	(5,1)	–	–	11,1	$(14{,}_7)$	–	–	–	–
Ag	(2,2)	(3,8)	(5,5)	$(7{,}0_3)$	(8,2)	(11,9)	$(16{,}_0)$	$(18{,}_5)$	–	–	–
Sb	–	–	–	7,71	(9,1)	–	$(17{,}_4)$	(20)	–	–	–
Pt	(3,5)	–	–	11,7	–	–	–	–	–	–	–
Au	3,61	–	–	(11,9)	–	–	–	–	–	–	–

RADIOACTIVITÉ. — *Sur la prospection radiométrique d'une coulée de rhyolite.* Note (¹) de M. **Edmond Rothé** et Mme **A. Hée.**

Une publication antérieure a montré que parmi les roches d'Alsace certaines coulées de rhyolites sont radioactives (²). Telle est celle du massif du champ du feu, près du col de Welschbruch. Elle émet des radiations très pénétrantes que l'on peut mettre aisément en évidence au moyen de l'appareil Kohlhörster, à parois d'acier épais, au cours même d'une leçon et dans une expérience de démonstration. Tandis qu'à Strasbourg la radiation pénétrante totale se manifestait par une dizaine d'ions ($10^{i},3$ cm³/s le 10 janvier), et ne variait pas de plus d'un ion au cours d'une série de jours d'observation, il suffisait d'entourer l'instrument de trois petits blocs de cette substance pour voir le nombre d'ions monter à $13^{i},5$. Cette variation importante nous a engagés à exécuter des mesures dans la carrière elle-même.

Le 25 juillet des mesures de comparaison répétées devant le chalet de Welschbruch sur le sentier de Sainte-Odile longeant la grande route ont fourni des chiffres variant de $9^{i},7$ à $10^{i},4$. Un peu plus haut, sur le chemin de Kagenfels, on constatait encore 10^{i} en moyenne. L'appareil fut ensuite transporté dans le fond de la carrière et placé sur le sol même. L'ionisation a monté à $18^{i},3$. Nous avons entouré ensuite la partie supérieure de la chambre d'ionisation cylindrique de blocs pris dans le voisinage et obtenu $21^{i},6$. Ces variations du simple au double ont paru suffisamment probantes pour qu'on puisse fonder sur la radiation pénétrante venant du sol une méthode de prospection radiométrique de ces minéraux, comme M. Bogoïavlensky l'a fait en Russie pour des substances plus actives (³).

Le 4 octobre une cavité a été creusée dans la paroi latérale de la carrière seule actuellement accessible. La roche y est fortement décomposée. On a trouvé 16^{i}.

Au sommet de l'exploitation, sur le sentier touristique de la forêt, en un point que nous désignerons comme station fondamentale de repère on obtint 15,1. Quand on s'éloigne sur la droite par rapport à l'axe de la

---

(¹) Séance du 28 octobre 1935.

(²) E. Rothé et F. Stoeckel, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1330.

(³) Bogoïavlensky, *Bull. Inst. Géoph. appl.* Leningrad, 1, 1925, p. 57; 3, 1927, p. 87 et 113.

masse, on trouve à 35^m, $10^i,7$ et beaucoup plus loin $8^i,25$. Le 18 octobre fut exécuté un autre profil dans l'axe même de la coulée : la station repère a donné $14^i,6$. La différence par rapport au chiffre 15,1 est de l'ordre des erreurs possibles de lecture et des variations dues aux conditions météorologiques (température, pression, humidité, vent). 24^m plus loin et à plus grande altitude l'effet tombe à $10^i,5$. Un profil à gauche a donné : à 10^m du bord, $13^i,6$; à 18^m $11^i,95$. Ces résultats montrent nettement la possibilité de tracer des *isorades* autour de filons même faiblement radioactifs; car cette rhyolite, si elle se distingue des autres roches vosgiennes, ne saurait toutefois constituer un minerai de corps radioactifs. La coulée dont il s'agit est d'ailleurs de faible épaisseur et paraît bien délimitée.

A titre de vérification j'indiquerai que dans la station magnétique de l'Institut de Physique du Globe de Strasbourg, sise au Welschbruch, nous avons obtenu, le 4 octobre, $7^i,7$ et le 18, $8^i,3$; à Strasbourg le 3 octobre, $10^i,6$; le 18 $10^i,9$.

Ces nombres, qui vérifient la constance de l'instrument, sont suffisament concordants, au degré de précision des expériences pour qu'on puisse avoir confiance dans les résultats obtenus sur les isorades de la carrière et affirmer qu'il est possible par cette méthode de délimiter les contours d'affleurement de telles coulées volcaniques localisées.

CHIMIE MINÉRALE. — *L'hydrolyse des solutions de sulfate cuivrique.* Note de M. **Osias Binder**, présentée par M. Georges Urbain.

Les solutions aqueuses de sulfate cuivrique sont acides, et l'on sait que le chauffage y provoque la formation d'un sulfate basique.

D'après des travaux antérieurs [1], le composé formé dans ces conditions serait d'autant plus basique que la solution initiale est plus concentrée. Fowles [2], qui a particulièrement étudié la question, assure que l'ébullition d'une solution aqueuse de sulfate cuivrique donne naissance au sulfate basique suivant : $5SO^3.14CuO.11H^2O$, puis à un deuxième sulfate : $SO^3.3CuO.2H^2O$. Lorsqu'on fait bouillir une solution saturée de sulfate cuivrique, on obtient d'après Fowles un troisième sulfate : $2SO^3.3CuO.5H^2O$.

(1) D. Tommassi et E. Pegna, *Mondes*, 2, 1882, p. 562; D. Tommassi, *Elektrochemie*, 11, 1904, p. 56.

(2) *J. Chem. Soc., London*, 1926, p. 1845.

Lors d'une étude entreprise avec M. Pierre Urbain sur la microélectrolyse du cuivre, nous avons eu l'occasion de remarquer que par vieillissement les solutions très diluées de sulfate cuivrique laissent déposer un sel vert, qui se forme même à la température ordinaire. En poursuivant l'étude des sels basiques du cuivre, j'ai été conduit à étudier l'hydrolyse des solutions de sulfate cuivrique. Ce phénomène étant extrêmement lent à la température ordinaire, j'ai augmenté la vitesse d'hydrolyse par ébullition : on constate alors qu'une phase solide précipite.

Des solutions aqueuses de sulfate cuivrique à des concentrations très variées, placées dans des ballons munis de réfrigérants à reflux, ont été portées à l'ébullition pendant des temps égaux (1 heure), l'acidité a été déterminée à l'électrode de verre avant et après l'ébullition. L'individualité des poudres microcristallines obtenues a été vérifiée par l'examen de leurs spectres de diffraction de rayons X; d'autre part leur composition a été établie indirectement par la méthode des restes.

Une deuxième série de solutions aqueuses de sulfate cuivrique a été traitée de la même façon; toutefois, la concentration était la même dans tous les ballons et la seule variable était la durée de l'ébullition (de 15 minutes à 12 heures.)

Les résultats de ces expériences permettent de conclure à la lenteur de l'hydrolyse des solutions de sulfate cuivrique; le phénomène lui-même est d'autant plus important que les solutions initiales sont plus diluées, et que l'ébullition est plus prolongée. La différence entre l'acidité initiale et l'acidité finale est d'autant plus grande que la solution est plus concentrée : dans tous les cas elle est supérieure à une unité de pH.

Les phases solides obtenues sont : $SO^3.4CuO.4H^2O$ en solution diluée ($C_{SO^4Cu} \leqq 0{,}06$ mol.-gr. par litre) et $SO^3.3CuO.2H^2O$ au-dessus de cette concentration et jusque dans les solutions saturées inclusivement. Ces sels sont insolubles et possèdent des spectres de diffraction de rayons X caractéristiques, ce qui permet de les distinguer; le spectre X du sel $SO^3.4CuO.4H^2O$ a déjà été décrit par nous (¹).

Enfin l'existence de deux sels basiques décrits par Fowles

$$5SO^3.14CuO.11H^2O \quad \text{et} \quad SO^3.3CuO.5H^2O,$$

mise déjà en doute par Britton (²), n'a pu être constatée.

(¹) O. Binder, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 653 et 2167.
(²) *J. Chem. Soc. London*, 1926, p. 2868.

EFFET RAMAN ET CHIMIE. — *Relation entre le spectre d'absorption ultraviolet et le spectre Raman de la pyridine.* Note de MM. **Victor Henri** et **Pierre Angenot**, présentée par M. Georges Urbain.

Depuis que nous avons indiqué les premiers résultats relatifs à l'analyse du spectre d'absorption ultraviolet de la vapeur de pyridine (¹), nous avons fait un grand nombre d'expériences, en étudiant l'influence de la température sur la structure de ce spectre.

Lorsqu'on emprisonne une certaine quantité de vapeur de pyridine dans un tube de quartz de 30 ou 40^{cm} de long, que l'on scelle et que l'on photographie le spectre d'absorption à des températures croissantes jusqu'à 281°, on trouve que le spectre s'allonge de plus en plus vers le rouge. De nouvelles bandes très fines apparaissent et, de plus, les intensités, mesurées au microphotomètre, des différentes bandes observées à la température ordinaire changent avec la température, d'une façon différente suivant les bandes. Quelques-unes deviennent très fortes, tandis que d'autres ne varient que faiblement.

Lorsque l'on étudie la modification du spectre d'absorption de la vapeur, dont on fait varier la pression en introduisant des quantités de plus en plus grandes de pyridine, ce qui oblige d'élever la température jusqu'à environ 121°, la pression de la vapeur atteignant à cette température 910^{mm}, on observe également de nouvelles bandes du côté visible, mais tout de même à la température de 121°, sous une pression aussi élevée, on n'arrive pas à obtenir les bandes extrêmes, entre 3070 et 3105 Å, que l'on obtient à 281° à la pression de seulement 58^{mm}.

Ce résultat permet de reconnaître, dans le spectre d'absorption, les niveaux de vibration qui appartiennent à la molécule non activée électroniquement.

L'analyse de l'ensemble du spectre faite ainsi a permis de mesurer plus de 300 bandes très fines de la vapeur de pyridine et a montré l'existence dans le niveau inférieur de la molécule de cinq fréquences fondamentales qui sont égales à 600, 857, 993, 1031 et 1159 cm^{-1}.

Ces fréquences correspondent à des vibrations fondamentales observées dans le spectre Raman de la pyridine qui sont du reste tout à fait compa-

---

(¹) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1032.

rables à des fréquences fondamentales du benzène. On trouve en effet les nombres suivants :

Pyridine, spectre ultraviolet........	600	857	993	1031	1159
Pyridine, spectre Raman............	606	884	990	1029	1155
Benzène, spectre Raman............	607	850	992	1034	1176

L'analyse des modes de vibration qui correspondent à ces fréquences pour le benzène a été faite par Kohlrausch, qui a montré que la fréquence 606 correspond au mouvement d'allongement et d'aplatissement de l'hexagone de benzène.

884 correspond au mouvement de vibration du groupe CH.

992 est une pulsation symétrique de l'anneau de benzène.

1034 est un mouvement dans lequel les carbones 1, 3, 5 se déplacent vers le centre.

1176 est une vibration du groupe CH.

Dans le cas de la pyridine, les mêmes modes de vibration se reproduisent, les fréquences étant très voisines, puisque le poids atomique de l'azote 14 diffère très peu du poids 13 de CH.

Pour la molécule activée électroniquement, nous trouvons une seule fréquence égale à 542 cm^{-1}.

On peut ainsi décomposer le spectre tout entier de la vapeur de pyridine en cinq séries que nous désignons arbitrairement par les lettres *b*, *a*, A, *c* et B. Les nombres d'ondes des différentes bandes de cette série peuvent être représentées par les formules suivantes :

$$\begin{array}{lll}
\text{Série } b \ldots\ldots\ldots\ldots & = 35.762 & + 542.v' - 600.v'' \\
\text{Série } a \ldots\ldots\ldots\ldots & = 35.762 - 857 & + 542.v' - 600.v'' \\
\text{Série A} \ldots\ldots\ldots\ldots & = 35.762 - 993 & + 542.v' - 600.v'' \\
\text{Série } c \ldots\ldots\ldots\ldots & = 35.762 - 1155 & + 542.v' - 600.v'' \\
\text{Série B} \ldots\ldots\ldots\ldots & = 35.762 - 993 - 1031 & + 542.v' - 600.v''
\end{array}$$

$$v' = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; \qquad v'' = 1, 0, 2, 3, 4, 5, 6.$$

Les bandes qui correspondent à $v' = 5$, 6 et 7 sont diffuses ou accusent une prédissociation de la molécule. L'étude de l'action photochimique des rayons ultraviolets sur la vapeur de pyridine montre que ce sont les rayons de la région de prédissociation $\lambda < 2750$ qui agissent sur la pyridine, tandis que les rayons de longueur d'onde plus grande sont sans action.

EFFET RAMAN ET CHIMIE ORGANIQUE. — *Application de l'effet Raman à l'étude de l'isomérie* cis-trans *des méthylcyclohexanols.* Note de M. **Jean Tabuteau**, présentée par M. Robert Lespieau.

Les méthodes actuellement connues pour la caractérisation des isomères *cis* et *trans* dans le cas des alcools cyclaniques sont longues et difficiles à appliquer.

Les travaux de Dupont ([1]), Bonichon ([2]), Dupont et Zacharewicz ([3]) ont montré que, dans le cas du bornéol et de l'isobornéol, du pulégol et de l'isopulégol, du myrtanol *cis* et du myrtanol *trans*, la comparaison de l'effet Raman de ces corps et de leurs dérivés permettait de préciser leur nature.

Nous avons pensé qu'il serait intéressant de chercher, grâce à une étude systématique des alcools cyclaniques et de leurs dérivés, jusqu'à quel point il est possible de généraliser les résultats obtenus par les auteurs précédents.

Nos premières recherches ont été faites sur les alcools les plus simples : les méthylcyclohexanols ortho, méta, para. Les diverses formes *cis* et *trans* ont été obtenues par hydrogénation des cétones correspondantes, soit par le platine en milieu acide, soit par l'alcool et le sodium. Ces alcools ont été purifiés par l'obtention d'un dérivé cristallisé.

Nous avons constaté que les spectres Raman des deux isomères *cis* et *trans* sont différents et que les variations sont les plus grandes pour les fréquences comprises entre 300 et 900 cm^{-1}. Nous avons aussi remarqué que les spectres de l'alcool *cis* et de son acétate possèdent un certain nombre de raies communes. Dans le cas de l'isomérie *trans*, les spectres de l'alcool et de son acétate sont différents et le pourcentage de raies communes est beaucoup plus faible. Voici les résultats obtenus dans le cas des méthylcyclohexanols :

	Ortho		Méta		Para	
	cis.	*trans.*	*cis.*	*trans.*	*cis.*	*trans.*
Nombre de raies de l'acétate communes avec l'alcool (en pour 100)........	50	42	61	43	62	46
Nombre de raies de l'alcool communes avec l'acétate (en pour 100)........	62	42	58	54	62	58

([1]) *Revue de Chimie Industrielle*, 43, 1934, p. 90.

([2]) *Thèse*, Bordeaux, 1933.

([3]) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 365.

Appelons Δ la différence entre le nombre des raies de l'alcool *cis* communes avec l'acétate *cis* et le nombre de raies de l'alcool *trans* communes avec l'acétate *trans*, nous voyons que cette différence va en diminuant lorsque nous passons des dérivés ortho aux dérivés para. Autrement dit, la caractérisation des formes *cis* et *trans* par cette méthode est moins nette dans le cas de l'alcool para que dans le cas de l'alcool ortho.

Nous avions pensé que le bromure de l'alcool, par suite du remplacement du radical oxhydrile par le brome plus lourd que le radical acétyl, modifierait le spectre de l'alcool *trans* plus que celui de l'alcool *cis*. Malheureusement la présence, dans la réaction, de l'acide bromhydrique nous donne, aussi bien avec l'alcool *cis* qu'avec l'alcool *trans*, un mélange des deux bromures isomères.

Nous remarquons aussi que, dans le cas des méthylcyclohexanols, la distinction entre les isomères *cis* et *trans* est moins nette que pour les alcools étudiés par les auteurs précédemment indiqués. Ceci s'explique par le fait que le radical CH^3 fixé sur le noyau est moins lourd que l'ensemble des radicaux fixés sur le noyau pour les bornéols et les myrtanols.

Nous préparons actuellement des alcools ayant un radical substitué plus lourd en vue d'en faire l'étude.

CHIMIE ORGANIQUE. — *L'influence d'un élément ou d'un groupement négatif sur les mobilités relatives des radicaux alcoyles dans leurs chloroformiates.* Note de MM. **Pierre Carré** et **Henri Passedouet**, présentée par M. Georges Urbain.

Il a déjà été montré (1) que la présence d'un élément ou d'un groupement négatif dans le radical alcoyle d'un chlorosulfite diminue la mobilité de ce radical.

Nous nous sommes proposé de voir s'il en serait de même dans le cas des chloroformiates d'alcoyle.

A cet effet nous avons déterminé, par la méthode précédemment indiquée (2), les températures de décomposition, en présence de quinoléine, d'un certain nombre de chloroformiates d'alcoyles, ROCOCl, substitués

(1) P. Carré, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1806; P. Carré et Pasche, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 939.

(2) P. Carré et H. Passedouet, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1767.

dans le radical R, par Cl ou par C^6H^5, comparativement avec les températures de décomposition des chloroformiates d'alcoyle non substitués correspondants.

Les résultats obtenus sont rassemblés dans le tableau suivant :

Nature du radical.	Température de décomposition.
Méthyle CH^3—	36°
Benzyle C^6H^5—CH^2—	2 à 3
Éthyle CH^3—CH^2—	59
α-Chloréthyle CH^2Cl—CH^2—	41 à 42
Phényléthyle C^6H^5—CH^2—CH^2—	43
n-Propyle CH^3—CH^2—CH^2—	66
β-Chloropropyle CH^2Cl—CH^2—CH^2—	35
Phénylpropyle C^6H^5—CH^2—CH^2—CH^2—	41
Isopropyle $(CH^3)^2CH$—	62
Chloroisopropyle $\begin{matrix}CH^2Cl\\CH^3\end{matrix}\!\!>CH$—	51
Allyle CH^2=CH—CH^2—	37
Cynnamyle C^6H^5—CH=CH—CH^2—	55

Si l'on admet, comme précédemment, que l'aptitude migratrice du radical sur le chlore est d'autant plus grande que la température de décomposition du chloroformiate est plus basse, on voit que la présence d'un halogène ou d'un groupe phényle dans le radical alcoyle augmente la mobilité de ce radical.

L'influence d'un élément ou d'un groupement négatif sur la mobilité des radicaux alcoyles dans leurs chloroformiates est donc inverse de ce qu'elle est dans leurs chlorosulfites. C'est là un fait assez inattendu pour lequel nous n'avons pas encore trouvé d'explication satisfaisante.

D'autre part, si nous comparons les radicaux *n*-propyle et allyle dans leurs chloroformiates, nous trouvons que la présence de la double liaison agit dans le même sens que dans le cas des chlorosulfites, c'est-à-dire augmente la mobilité. Mais le chloroformiate de cinnamyle nous donne aussi un résultat inattendu en ce sens que sa température de décomposition, tout en étant inférieure à celle du chloroformiate de *n*-propyle, est supérieure à celles des chloroformiates d'allyle et de phénylpropyle; non seulement les influences du groupe phényle et de la double liaison ne s'ajoutent pas, mais leur présence simultanée exerce une action moindre que la présence isolée de chacun d'eux.

Les résultats obtenus avec les chlorosulfites nous avaient conduits à penser [1] que la diminution de mobilité qui résulte de l'introduction d'un élément ou d'un groupement négatif dans le radical alcoyle d'un chlorosulfite pouvait s'expliquer en admettant que la présence du chlore négatif dans un radical positif devait diminuer le caractère électropositif de ce radical et par suite réduire son aptitude migratrice sur le chlore négatif. L'étude correspondante des chloroformiates qui nous a donné des résultats inverses de ceux fournis par les chlorosulfites nous oblige à renoncer à cette interprétation, et nous montre que les phénomènes doivent être plus complexes.

Ces faits, ainsi que ceux constatés dans les études précédentes, montrent aussi qu'il est bien difficile, sinon impossible, de classer les radicaux d'après une étude chimique de leurs composés, car le comportement de ces radicaux dépend toujours plus ou moins du reste auquel ils sont fixés.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la nitration de l'α-éthyl-naphtalène.* Note de M. **Georges Lévy**, présentée par M. Marcel Delépine.

Comme je l'avais déjà fait pour le β-éthyl-naphtalène [2], j'ai entrepris l'étude des dérivés mononitrés de l'α-éthyl-naphtalène obtenus par nitration directe de ce carbure.

Étant donné que, dans la nitration du naphtalène, le groupe NO^2 se place exclusivement en α, il y a lieu de prévoir la formation possible de trois isomères.

Après de nombreux essais, j'ai employé, pour faire cette nitration, le même mode opératoire que pour le β-éthyl-naphtalène [1] (nitration par de l'acide nitrique à 100 pour 100 du carbure dilué dans l'acide acétique cristallisable).

J'ai obtenu, en quantité théorique, une huile qui est un mélange d'isomères, dont aucun moyen ne m'a permis d'isoler un dérivé cristallisé.

Devant ce résultat, j'ai essayé de déterminer la constitution de l'isomère prépondérant ou, ce qui revient au même, celle du dérivé aminé correspondant. Ce dernier peut, en effet, être séparé du produit de réduction du

---

(1) *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 53, 1933, p. 1081.

(2) Georges Lévy, *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 801.

mélange nitré par cristallisation fractionnée du mélange des chlorhydrates, puis des dérivés acétylés des amines libérées.

J'ai réduit l'ensemble des isomères nitrés par l'acide acétique à 50 pour 100 et le fer, comme je l'avais fait pour le β-éthyl-naphtalène (¹). J'ai transformé le mélange des amines obtenues en leurs chlorhydrates dont une partie moins soluble précipite. Ce précipité est essoré et traité à la vapeur d'eau pour entraîner le dérivé nitré qui a pu n'être pas réduit. On y ajoute un excès de soude et l'on entraîne la base à la vapeur. On l'obtient avec un rendement qui correspond à 40 pour 100 du total. Le reste correspond à la fraction des chlorhydrates solubles dans l'acide chlorhydrique.

Le dérivé acétylé de l'amine entraînée a été cristallisé dans l'acide acétique, après la deuxième cristallisation, son point de fusion ne s'élève plus et se fixe à 148°,5 (corrigé). Pour établir la constitution de l'amine correspondant à ce dérivé acétylé, je l'ai transformée en naphtol.

L'amine pure a été récupérée de son dérivé acétylé par chauffage de ce dernier à 140° en tube scellé avec trois fois la quantité théorique de HCl concentré, puis, par traitement du chlorhydrate presque insoluble ainsi formé par la soude et entraînement à la vapeur.

L'amine a été transformée en son sulfate; un essai de passage au naphtol par diazotation n'a donné qu'une huile incristallisable. Par contre, j'ai obtenu un excellent résultat en chauffant le sulfate en tube scellé à 200° pendant 7 heures avec 4 fois son poids d'acide sulfurique à 1 pour 100. Le naphtol est obtenu directement cristallisé. Après recristallisation dans l'alcool il fond à 42°; son picrate, rouge, fond à 152°,5 (corrigé).

Je l'ai comparé au naphtol que j'avais préparé par un tout autre procédé (²) et qui ne laisse aucun doute sur sa constitution représentée par la formule (I)

C^2H^5 / OH (I). C^2H^5 / NH^2 (II).

Par les points de fusion des mélanges, tant des naphtols que de leurs picrates, ces deux éthyl-napthols se sont révélés identiques.

L'amine décrite, qui correspond à l'isomère qui se forme en majorité

(¹) GEORGES LÉVY, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 773.

dans la nitration de l'α-éthyl-naphtalène, possède donc la formule (II). Ce carbure se nitre par suite surtout en position (1.4). Je tenterai dans des recherches ultérieures l'étude des autres isomères.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation des acides 1-naphtyl-β-propionique, 2-naphtyl-β-propionique et 2-tétrohydronaphtyl-β-propionique. Synthèse de la dihydrophénalone et de la tétrahydrobenzo-5.6-indanone-1.* Note de MM. **Georges Darzens** et **André Lévy**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avons donné la préparation des esters 1-naphtylméthylmalonique et 2-tétrahydronaphtylméthylmalonique ([1]). Ces deux esters nous ont permis d'accéder facilement, par saponification puis décomposition pyrogénée vers 175-195°, aux acides 1-naphtyl-β-propionique (I), 2-tétrahydronaphtyl-β-propionique (II) et 2-naphtyl-β-propionique (III)

$CH^2—CH^2—CO^2H$

(I).

β α
$CH^2—CH^2—CO^2H$

(II).

$CH^2—CH^2—CO^2H$

(III).

Le premier de ces acides s'obtient ainsi avec un rendement excellent, il fond à 156°, distille à 179° sous 11^{mm}, donne une amide fondant à 133°, un ester méthylique distillant à 162° sous 2^{mm} et enfin, par l'action de $SOCl^2$, un chlorure d'acide fondant à 26° et distillant à 179-180° sous 12^{mm}.

Ces constantes diffèrent assez de celles données par d'autres auteurs qui avaient déjà préparé cet acide et montrent qu'ils ne l'avaient pas obtenu à l'état pur : F. Mayer et A. Sieglitz donnent pour son point de fusion 151° et pour celui de l'amide 85°, quant au chlorure ils le décrivent liquide; Brandis donne 148° pour le point de fusion de l'acide et Willgerodt 140° pour celui de l'amide ([2]).

([1]) G. Darzens et A. Léry, *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 2187, et **201**, 1935, p. 730.

([2]) F. Mayer et A. Sieglitz, *Berichte Deutch. Chem. Ges.*, 55, 1922, p. 1843; Brandis, *ibid.*, 22, 1889, p. 2156; Willgerodt, *Journ. prak. Chem.*, 2e série, **80**, 1909, p. 183.

L'acide 2-tétrahydronaphtyl-β-propionique (II) n'a pas encore été décrit, nous l'avons obtenu avec un rendement excellent par la décomposition de l'acide malonique correspondant pur, fondant à 123°, décrit par nous dans une Note précédente ([1]). Si, au contraire, on s'adresse à l'acide brut provenant de la saponification de l'ester malonique correspondant, on n'a qu'un rendement de 80 pour 100, ce qui atteste que cet ester malonique n'est pas pur comme nous l'avons d'ailleurs déjà signalé ([2]).

Cet acide (II) fond à 127°, son amide à 133°, son chlorure d'acide à 2° et distille à 162° sous 2mm, enfin son ester méthylique distille à 183° sous 15mm.

Lorsqu'on traite cet acide, ou de préférence son ester, par le soufre ou le sélénium on le déshydrogène et l'on obtient finalement l'acide (III) fondant à 135° déjà obtenu à l'aide d'une autre méthode par F. Mayer et A. Sieglitz.

Ces trois acides (I), (II) et (III) présentent un intérêt tout particulier pour la synthèse de dérivés polycycliques et plus particulièrement de ceux qu'on en dérive par cyclisation de leurs chlorures.

F. Mayer et A. Sieglitz en traitant le chlorure de (I) en solution dans la ligroïne par $AlCl^3$ ont obtenu avec un très mauvais rendement la dihydrophénalone (IV) à laquelle ils assignent le point de fusion de 85-86°. J.-W. Cook et Herrett ont tenté cette cyclisation par $SnCl^4$ et trouvent le point de fusion de 120-121°. Devant cette contradiction nous avons repris cette réaction et la nouvelle technique suivante nous a permis d'obtenir cette dihydrophénalone avec un rendement de plus de 80 pour 100.

CH² OC CH²

(IV).

5 4 3 CH² 6 7 1 2 CH² CO

(V).

→

CO²H 6 1 2 CO²H CO²H 5 4 3 CO²H

(VI).

Dans un mélange de 21g,65 (1/10e mol.) du chlorure d'acide et de 120g de nitrobenzène, maintenu à +5°, on ajoute lentement 13g,4 de $AlCl^3$ fraîchement sublimé en poudre fine. On maintient ensuite à 0° pendant

([1]) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 730.

([2]) Cet ester ne contient que 90 pour 100 environ de l'isomère 2-tétrahydronaphtylméthylmalonique, le dérivé chlorométhylénique ayant servi à le préparer étant lui-même un mélange des isomères 2 et 1 dans le rapport de 90 pour 100 et 10 pour 100 environ.

1 heure avec agitation fréquente, puis on fait le vide à l'aide d'une trompe à eau, d'abord à 0°, puis à 20°, jusqu'à complet dégagement de HCl qui ne s'était pas dégagé à 0° et à la pression ordinaire.

Le mélange est ensuite versé sur glace pilée, la solution nitrobenzénique est décantée, lavée avec soin, puis concentrée au vide, le résidu est enfin purifié par cristallisation dans l'éther de pétrole. Rendement : 13g,8 à 14g de (IV) pur de couleur jaune fondant à 86° et donnant une oxime fondant à 126°.

En cyclisant à l'aide de la même technique du chlorure de l'acide (II) nous avons obtenu tout aussi facilement la tétrahydrobenzo-5.6-indanone-1 de formule (V) dont nous avons établi la constitution par oxydation avec HNO^3 à 75 pour 100, ce qui nous a donné l'acide de pyroméllique ou benzène tétracarboxylique-2.3.5.6-(VI) fondant à 275°.

Cette tétrahydrobenzindanone incolore fond à 47°, distille à 167° sous 3mm et donne une oxime fondant à 224°.

Elle dérive d'un noyau benzindénique dont elle est le premier représentant connu, nous en poursuivrons l'étude.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Oxydation du méthyle-3-pentène-2 et du méthyle-2-pentène-2, par l'anhydride sélénieux.* Note de M. **André Guillemonat**, présentée par M. Robert Lespieau.

Étudiant [1] l'oxydation du méthyle-2-butène-2 par l'anhydride sélénieux, j'ai montré qu'en milieu acétique cette oxydation se faisait en α par rapport au carbone éthylénique le plus substitué et portait par conséquent sur un groupe méthylique. Afin de déterminer si dans ces conditions l'attaque se produit de préférence sur un groupe méthylique ou sur un groupe méthylénique, j'ai traité suivant le même mode opératoire le méthyle-3-pentène-2 (I)

$$\underset{\text{(I)}}{CH^3-CH^2-C(CH^3)=CH-CH^3}, \qquad \underset{\text{(II)}}{(CH^3)^2=C=CH-CH^2-CH^3}.$$

L'oxydation s'effectue encore en α du carbone tertiaire, mais cette fois sur le groupe méthylénique, de plus le rendement est de 33 pour 100 en carbure utilisé alors qu'il n'est que de 12 pour 100 dans le cas du méthyle-2-butène-2. Cette facilité d'oxydation du groupe méthylénique, pourrait conduire à penser qu'un tel groupe placé en α d'un carbone éthylénique

(1) A. Guillemonat, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1416.

non complètement substitué s'oxyderait de préférence à un groupe méthyle en α d'un carbone éthylénique complètement substitué. Il n'en est rien. J'ai en effet oxydé, toujours en milieu acétique, le méthyle-2-pentène-2 (II), et j'ai vu que l'attaque se produit sur un groupe méthylique en α du carbone éthylénique tertiaire. Le rendement est de 20 pour 100 en carbure utilisé.

Ces résultats sont en parfait accord avec ceux obtenus avec les carbures cyclaniques et les terpènes : oxydation du pinène ([1]), du méthyl-1-cyclohexène-1 ([2]), et du carvomenthène ([3]), ce qui montre leur généralité.

L'oxydation du méthyl-3-pentène-2 m'a permis d'isoler :

L'acétate du méthyl-3-pentène-2-ol-4 : Éb. sous 25^{mm}, 62-63°; $D_4^{24} = 0,9019$; $n_D^{24} = 1,4318$; RM = 40,81 (th = 40,33). Spectre Raman : 361 (f), 403 (f), 641 (f), 767 (f), 853 (m), 932 (btf), 1224 (m), 1324 (bm), 1385 (bm), 1451 (bF), 1675 (TF), 1737 (f).

Le méthyl-3-pentène-2-ol-4 $CH^3 - CHOH - C(CH^3) = CH - CH^3$: Éb. sous 760^{mm}, 139-140°; $D_4^{19} = 0,869$; $n_D^{19} = 1,4430$; RM = 30,51 (th = 30,86). Spectre Raman : 336 (m), 375 (m), 506 (bfl.m), 543 (f), 735-761 (bm), 830 (f), 886 (m), 943 (m), 985 (f), 1039 (fl.m), 1077 (fl.m), 1116 (m), 1218 (m), 1318 (bfl.m), 1383 (F), 1438, 1463 (BF), 1673 (F).

Cet alcool a été précédemment décrit par Abelmann ([4]), qui l'a obtenu par condensation du méthyl-2-butène-2-al-1 avec le bromure de méthyle magnésium, il a indiqué comme constantes Éb. 139°, $D_4^{17,5} = 0,867$, $n_D^{17,5} = 1,4428$. D'autre part j'ai repris la préparation décrite par Abelmann et ai fait le spectre Raman du produit obtenu : il est identique au précédent, tout au moins quant aux fréquences des raies spectrales.

L'oxydation du méthyl-2-pentène-2 m'a permis d'isoler :

L'acétate du méthyl-2-pentène-2-ol-4 : Éb. sous 12^{mm}, 61-63°; $D_4^{22} = 0,9057$; $n_D^{22} = 1,4318$; RM = 40,67 (th = 40,33). Spectre Raman : 614 (f), 639 (m), 763 (tf), 825 (fl.m), 915 (bm), 964 (bf), 1026 (bm), 1063 (bm), 1225 (bf), 1265 (bf), 1307 (m), 1360 (bm), 1389 (bfl.m), 1452 (bF), 1675 (TF), 1743 (fl.m).

Le méthyl-2-pentène-2-ol-4 $CH^2OH - C(CH^3) = CH - CH^2 - CH^3$: Éb. sous 14^{mm}, 61-63°; $D_4^{23} = 0,857$; $n_D^{23} = 1,446$; RM = 31,11 (th = 30,86). Spectre Raman : 391 (fl.tf), 472 (fl.f), 587 (fl.f), 753 (bfl.f), 821 (m), 853 (bfl.f), 910 (bfl.f), 1007 (bm), 1048 (bm), 1106 (bfl.f), 1222 (bfl.m), 1262 (m), 1304 (m), 1387 (m), 1450 (bF), 1673 (TF).

---

(1) G. Dupont, Zacharewicz et Dulou, *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 1699.

(2) E. Urion, *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 363.

(3) Borgwardt et Schwenk, *J. Am. Ch. Soc.*, **56**, 1934, p. 1185, et J. Tabuteau, *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 244.

(4) Abelmann, *Ber. d. Deuts. chem. Ges.*, **43**, 1910, p. 1579.

Cet alcool a été obtenu en petite quantité par Wiemann [1] dans la réduction de l'α-méthyl, β-éthylacroléine qui indique comme constantes : Éb. sous 12^{mm}, 62-63° ; $D_4^{24} = 0,850$; $n_D^{25} = 1,444$. D'autre part j'ai obtenu le spectre Raman de ce composé, il s'est révélé identique au précédent.

GÉOLOGIE. — *Sur le Vindobonien en Palestine.*
Note [2] de M. **Mosheh Avnimelech**, présentée par M. Charles Jacob.

Le Miocène était resté inconnu en Palestine jusqu'à ces dernières années, bien qu'il soit richement représenté dans tous les pays voisins (Syrie, Irak, Asie Mineure, Égypte, Sinaï). Quelques gisements signalés par M. Blake près Ramleh (entre Jaffa et Jérusalem) et près El Kubeibeth (entre Gaza et Hebron), considérés au début comme burdigaliens, se sont trouvés appartenir à l'Oligocène [3]. En 1933, j'ai découvert entre Jaffa et Jérusalem plusieurs lambeaux résiduels d'une formation presque complètement détruite dans laquelle j'avais reconnu le Vindobonien ; l'année suivante, j'ai retrouvé dans le Sud de la Palestine de nouveaux lambeaux de la même formation.

D'autre part M. Blake a fait des découvertes semblables. Il a publié [4] une liste de la faune provenant d'un gisement situé près de la localité Ouadi Sarrar (au Sud de Ramleh) et de trois autres gisements de la région de Beer-Sheha (Palestine méridionale). Cette faune se compose de quelques Polypiers et de divers Bivalves (*Tellina crassa* Penn. var. *lamellosa* Dollf., *Cardium turonicum* Mayer, *Apolymetis papyracea* Gmel., *Pecten benedictus* Lmk., *Lucina columbella* Lmk., etc.).

Les découvertes faites par M. Blake et par moi permettent de se faire une idée provisoire du *développement du Vindobonien en Palestine*. Les gisements observés par moi se trouvent à l'Ouest des montagnes de la Judée proprement dite, c'est-à-dire à l'Ouest de la ligne Yalo-Bab el Wad-Artuf. Ce Miocène atteint à l'Est une *hauteur de* 400^m et descend à l'Ouest, près de Ramleh, à 100^m environ ; là il est limité par la zone de failles N-S qui borde la plaine maritime. Cette plaine est remplie de dépôts pliocènes et quater-

(1) J. Wiemann, *Thèse*, Paris, 1935, p. 36.

(2) Séance du 4 novembre 1935.

(3) G. S. Blake, *Geology and Water Resources of Palestine*, Jérusalem, 1928 ; L. R. Cox, *Geol. Magaz.*, 71, 1934, p. 337-355.

(4) G. S. Blake, *Geol. Magaz.*, 77, 1935, p. 140-142.

naires très puissants, qui reposent probablement sur des calcaires miocènes, mais qu'aucun forage n'a traversés jusqu'à présent.

Les affleurements du Vindobonien se présentent sous *deux types principaux :* 1° le premier, représenté par des calcaires rougeâtres, caverneux, riches en *galets* de calcaires et de silex et contenant des moules de coquilles, se trouve dans la partie Est, supérieure, de la région qui s'étend entre les montagnes de la Judée et la petite ville de Ramleh; la pâte de ces calcaires est formée principalement d'Algues calcaires et de petits Foraminifères (Milioles, Globigérines). J'ai reconnu des affleurements de cette roche : 1° sur les collines à l'ouest de Bab el Wad; 2° sur les montagnes près des villages de Latrun et d'Emmaüs; 3° sur la colline où est situé le village d'El Koubab; 4° sur le territoire du village d'El Barriyé. Le Vindobonien repose ici sur des calcaires à Globigérines de l'Éocène inférieur, sauf à El Koubab, où il surmonte aussi le Sénonien. Tous ces gisements n'ont fourni que des fossiles mal conservés; à El Koubab j'ai rencontré un débris de *Clypeaster* qui semble voisin (d'après M. Lambert) de *C. imperialis* Gregory (non Michelin), forme miocène. Notons qu'en Syrie, on n'a guère cité de *Clypeaster* que dans le Vindobonien.

2° Un *deuxième type* est représenté par des calcaires à *Polypiers* (Astréidés), faciès qui en Syrie et en Cilicie n'est connu que dans le Vindobonien; les galets sont rares ou absents; le faciès est donc moins littoral. Des lambeaux de ce type se trouvent le long et à l'Est de la zone de failles de la plaine maritime. M. Blake a mentionné il y a quelques années, près de Tul Kerem (entre Haïfa et Lydda) des roches coralliennes qui appartiennent sans doute à ce Miocène; et M. Picard a rapporté au Miocène des calcaires à Algues et petits Foraminifères qu'il a découverts sur le Carmel; en effet, par leur faciès et leur altitude, ils semblent correspondre au Vindobonien. J'ai observé des formations coralliennes analogues dans quelques localités au Sud de Ramleh (Ramleh, Naaneh, Mansurah, Ouadi Sarrar, etc.) et à l'Ouest de Beit Jibrim, près du village d'Iraq el Menshiyé (entre Gaza et Hebron).

On a donc là une série d'arguments paléontologiques, pétrographiques et stratigraphiques qui permettent d'attribuer au Vindobonien les formations que nous venons de citer.

Il existe en Palestine *d'autres formations* qui *appartiennent peut-être au Miocène*, par exemple les argiles bariolées du sous-sol de la vallée d'Esdrélon, les marnes de Tell Mallat et de Mansura au sud de Ramleh, des calcaires sableux entre El Kubeibeth et Iraq el Manshiyé (région de

Beit Jibrin); mais leur position stratigraphique n'a pu encore être précisée.

Les résultats des dernières découvertes montrent que la *transgression* qui a commencé au Stampien a atteint son *maximum* pendant le Vindobonien. Les faciès de cet étage indiquent que la mer vindobonienne n'a pas dû dépasser beaucoup la courbe de niveau actuelle de la cote 400^m, courbe qui dans l'ensemble longe le pied des montagnes de la Judée proprement dite. Ce fut donc une transgression assez étendue, ce qui correspond parfaitement au tableau général de la paléogéographie miocène dans la Méditerranée orientale. La situation élevée des lambeaux de Vindobonien découverts par moi prouve ainsi que depuis le Vindobonien il y a eu des mouvements de soulèvement très importants.

GÉOLOGIE. — *Sur le Primaire fossilifère du Sud de l'Adrar mauritanien.* Note de MM. **Fernand Jacquet** et **Théodore Monod**, présentée par M. Charles Jacob.

Nos recherches géologiques sur l'Ouest saharien nous amènent à préciser ou à découvrir dans le Sud de l'Adrar mauritanien plusieurs horizons fossilifères s'étendant de l'Ordovicien au Dévonien supérieur ([1]).

Le plus ancien de ces horizons est constitué par des grès psammitiques à Lingules déjà signalés par Chudeau à Daklet Kelchi ([2]) et dernièrement retrouvés par l'un de nous (M.) au Nord de Niémilane entre le Tarf Aoutouat et le Reg An Nemdaï. Cet horizon se rencontre, sous le Gothlandien, dans des grès massifs que nous considérons comme ordoviciens. Dans ces grès et sensiblement au niveau des grès à Lingules s'intercalent souvent des bancs bien lités de grès à Tigillites (grès à colonnettes des Tassilis algériens).

Au-dessus, les schistes gothlandiens à Graptolithes ([3]) forment entre Tidjikja et Chinguetti le socle des plateaux dévoniens de Iramach, El Haguer, Tenemouj et de Charania, sur le bord nord de la dépression du Khat. A Ségleïa, l'un de nous (J.) a observé, sur des grès blancs massifs à stratification entrecroisée, 8 à 15^m de schistes à *Monograptus* qui com-

([1]) Les faunes citées dans cette Note ont été déterminées par M. Menchikoff.

([2]) *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 4e série, 11, 1911, p. 416.

([3]) Découverts successivement par Monod (voir R. Furon, *C. R. som. Soc. Géol. Fr.*, 12 nov. 1934, p. 202) et par Jacquet (voir J. Malavoy, *C. R. som. Soc. Géol. Fr.*, 20 mai 1935, p. 142).

mencent, sans discordance apparente sur l'Ordovicien, par des niveaux grossiers, gréseux ou finement conglomératiques. Les *Monograptus*, surtout abondants dans les 5 ou 8 premiers mètres à la base, disparaissent dans la partie supérieure de la série, tandis que s'observent des intercalations gréseuses ou ocreuses de plus en plus fréquentes.

Les schistes gothlandiens sont surmontés par une importante série de grès à stratification souvent entrecroisée. Cette série est coupée de quelques niveaux schisteux ou gréseux fossilifères. Parmi les horizons actuellement connus, le Dévonien inférieur n'avait pas encore été signalé. A Safieh Tamga l'un de nous (J.) a reconnu l'Emsien (Coblencien supérieur) avec des grès et des schistes à *Spirifer arduennensis* Schnur, *Sp. daleidensis* Steininger, *Rhynchonella* cf. *Dannenbergi* Keyser.

Le Dévonien moyen, l'Eifélien, paraît également exister et cela dans les grès de Touikenchit (M.) avec *Spirifer speciosus* Schnur, *Productella* sp. et *Chonetes* sp.

Le Dévonien supérieur ([1]) est fossilifère dans les calcaires de l'Oued el Abid et à Aouinet Zbel avec *Spirifer Verneuili* Murch., *Sp.* cf. *Bouchardi* Murch.

Tous ces horizons impliquent l'existence d'une série dévonienne complète.

Un Carbonifère découvert par Chudeau ([2]), confirmé par Furon ([3]) grâce à *Endothyra*, *Productus* et *Phillipsia*, existerait à l'Ouest de Tamga, mais nos faunes ne nous permettent pas de le définir avec certitude ; nous le préciserons sans doute après un nouveau passage sur le terrain.

Dans cet ensemble primaire, la trouvaille du Gothlandien à Graptolithes est particulièrement importante. Depuis le bord nord du Khat cet horizon s'étend très loin vers l'Est et l'un de nous (M.) l'a retrouvé près de Tichitt. Au Sud de la ligne gothlandienne, sous les grès siliceux à niveaux de Tigillites que nous avons considérés comme ordoviciens, le sommet de l'immense série des Grès Horizontaux d'Hubert ([4]) : grès et arkoses feldspathiques d'âge indéterminé de la Mauritanie méridionale, du Soudan ([5]) et de l'Est du Sénégal, s'élève donc tout au plus jusque dans l'Ordovicien.

([1]) J. Malavoy et N. Menchikoff, *C. R. som. Soc. Géol. Fr.*, 1er juin 1931, p. 126.

([2]) *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 4e série, 11, 1911, p. 418.

([3]) *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1905.

([4]) 1 : 6000000 géologique de l'A. O. F. : *Atlas des Colonies*, pl. XVII.

([5]) Grès supérieurs de Baud (*C. R. som. Soc. Géol. Fr.*, 20 nov. 1933, p. 214) équivalents des Grès inférieurs des Tassilis algériens (C. Kilian).

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Résédacées. Développement de l'embryon chez le* Reseda Luteola *L.* Note (¹) de M. **René Souèges**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Les données que l'on possède sur l'embryogénie des Résédacées sont très incomplètes. D'après Morstatt (²) et Hennig (³), l'embryon de ces plantes doit être rapporté au type fondamental des Crucifères. Cela paraît incontestable. Manquent néanmoins les détails et les précisions nécessaires pour établir tous les termes de rapprochement et déterminer la place de l'embryon des Résédacées parmi les types secondaires que comporte le type fondamental (⁴).

L'étude très serrée de la série des divisions, chez le *Reseda Luteola* L., a permis de retrouver toutes les particularités qui caractérisent le type secondaire des Œnothéracées.

1° Dès le stade bicellulaire (*fig.* 1), la segmentation dans la cellule apicale procède plus vite que dans la cellule basale. Ainsi, en 2, dans le proembryon tricellulaire, la cellule apicale a donné deux éléments, tandis que la cellule basale est encore indivise; en 6, le proembryon est hexacellulaire, avec quatre cellules quadrants dérivant de la cellule apicale et deux cellules superposées produites par la cellule basale; en 9, au moment de la séparation du dermatogène, on n'observe encore que ces deux cellules inférieures; en 17 et 18, quand les trois histogènes sont nettement individualisés dans un globule embryonnaire tirant origine de la cellule apicale et comportant une soixantaine d'éléments, quatre cellules seulement ont été engendrées par la cellule basale.

2° La cellule hypophysaire, appelée à donner naissance aux initiales de l'écorce de la racine et au primordium de la coiffe, n'est autre que la cellule intermédiaire de la tétrade (*m*, *fig.* 3 à 14). Dans le proembryon de la figure 11, on peut voir que *n* et *n'* sont les cellules filles de l'élément, *ci*, de la tétrade; d'autre part, les caractères cytologiques de la cellule *m*, en 10, 12 et 13, ne permettent nullement de douter de la formation, à ses dépens, des deux éléments dont se compose l'hypophyse en 14, 15 et 17. La figure 16 indique que, dans certains cas, l'hypophyse peut être produite par une cellule fille de *m*; enfin la figure 18 démontre que, parfois, l'hypophyse peut s'individualiser par une paroi verticale comme cela s'observe de même exceptionnellement chez l'*Œnothera biennis*.

(¹) Séance du 4 novembre 1935.

(²) H. Morstatt, *Inaug. Diss.*, Heidelberg, 1903.

(³) L. Hennig, *Planta*, 9, 1930, p. 507.

(⁴) R. Souèges, *Bull. Soc. bot. Fr.*, 82, 1935, p. 328.

3° Le suspenseur *sensu stricto*, reste court, trapu, exempt de différenciations haustoriales.

Le *Reseda Luteola* possède des formes embryonnaires très régulièrement construites, qui se rattachent, de manière évidente, au type fondamental des Crucifères. Mais les caractères secondaires tirés de la différence de vitesse de la segmentation dans les premiers blastomères, de l'origine de

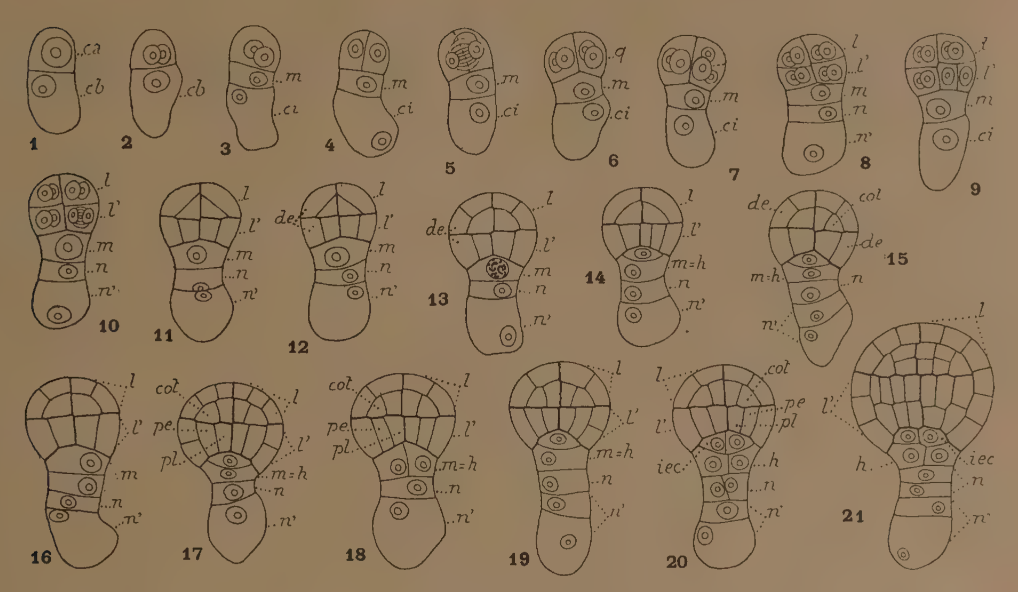


Fig. 1 à 21. — *Reseda Luteola* L. — Les principales étapes du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *m*, cellule intermédiaire de la tétrade ou hypophyse (*h*); *ci*, cellule inférieure de la tétrade; *q*, quadrants; *l*, octants supérieurs ou partie cotylée; *l'*, octants inférieurs ou partie hypocotylée; *n* et *n'*, cellules filles de *ci*, donnant le suspenseur *sensu stricto*; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *iec*, initiales de l'écorce de la racine; *cot*, cellules mères sous-épidermiques des cotylédons. G. : 350.

l'hypophyse et de la constitution du suspenseur, apparentent beaucoup plus étroitement ces formes à celles qui ont été rencontrées chez les Œnothéracées. Le tableau récapitulatif des lois du développement qui a été dressé au sujet de l'*Œ. biennis* s'applique très exactement au *Reseda Luteola*. Il est possible que les autres espèces des Résédacées ne se prêtent pas à des conclusions aussi rigoureuses.

PHARMACOLOGIE. — *Des variations concomitantes de la chronaxie et de l'excitabilité nerveuse sous une influence pharmacodynamique (action sur le nerf moteur de* Rana esculenta *de la cocaïne et de ses succédanés).* Note de MM. **Jean Régnier** et **André Quevauviller**, présentée par M. Louis Lapicque.

On sait (L. Lapicque, R. Deriaud et H. Laugier, H. Cardot et J. Régnier) que la cocaïne et la plupart de ses succédanés du même type chimique agissent sur les troncs nerveux en produisant d'abord une baisse régulière de la chronaxie en même temps qu'une hausse de la rhéobase, puis, après stabilisation plus ou moins prolongée, un retour de ces deux paramètres vers leur valeur de départ, stabilisation et retour se produisant toujours d'une façon bien plus nette, et généralement plus précoce, pour la chronaxie que pour la rhéobase. L'un de nous [1] a donc proposé de mesurer comparativement l'activité des divers anesthésiques locaux en prenant comme test de comparaison les pourcentages de baisse maximum de la chronaxie.

Par ailleurs, de nombreux travaux ont été présentés, soit sur les rapports qui unissent variation de chronaxie et variation de perméabilité, soit sur ceux qui unissent narcose et variation de perméabilité. C'est ainsi que certains chercheurs admettent qu'à une diminution de chronaxie correspond une augmentation de perméabilité, et que d'autres pensent qu'une augmentation de perméabilité correspond à une hyperexcitabilité. Il a donc paru normal à quelques auteurs de rapprocher ces constatations et de considérer, dans l'action des anesthésiques locaux, une première période, caractérisée par la baisse de la chronaxie, où se produirait un état d'hyperexcitabilité, une seconde période, caractérisée par la hausse secondaire de ce paramètre, où se produirait seulement alors la phase narcotique. Cette conception s'appuyait de plus sur l'idée simpliste admise trop souvent (et contre laquelle ne s'est pas lassé de s'élever L. Lapicque) que baisse de chronaxie signifie immanquablement augmentation d'excitabilité et vice versa. S'il en était ainsi, nous aurions évalué non pas la force narcotique d'un anesthésique local, mais son activité excitante préalable à la narcose.

Nous ne discuterons pas maintenant les conceptions sommaires et pour le moins prématurées qui prétendent résoudre le problème compliqué des

---

[1] J. Régnier, *Th. Doct. Méd.*, 1929, Paris.

relations existant entre narcose et perméabilité; nous le ferons ailleurs en détail. Bornons-nous à démontrer ici que les conceptions ci-dessus rapportées ne sont pas physiologiquement soutenables; nous aurons ainsi, au surplus, l'occasion d'exposer comment on peut actuellement concevoir, à la suite de L. Lapicque, la notion d'excitabilité, ses rapports avec la chronaxie, et son application aux mesures pharmacologiques.

L. Lapicque (1) est parti de la conception de H. Lassalle (2), selon laquelle l'excitabilité d'un tissu peut s'exprimer par l'inverse de l'énergie nécessaire pour exciter ce tissu, et il a admis que cette expression de l'excitabilité pouvait donner des résultats précis et significatifs sous les conditions suivantes : opérer d'une façon telle que les mesures d'intensité soient, le plus possible indépendantes des conditions expérimentales; utiliser, pour le passage du courant, des temps qui soient, d'une part, toujours sensiblement du même ordre pour que les facteurs de variation se fassent sentir également, d'autre part d'une durée suffisamment petite pour que l'on se trouve dans la zone où, l'intensité liminaire variant avec la durée du passage du courant, l'énergie puisse être considérée, toutes choses égales d'ailleurs, comme suffisamment constantes d'un stimulus à l'autre (3).

Il est évident que toutes ces conditions sont réalisées dans les mesures pharmacodynamiques telles que celles que nous effectuons.

L'excitabilité, dans le cas de l'excitation galvanique, s'exprime donc par $1/ri^2t$ ou $1/vit$ que l'on peut écrire, si l'on suppose la résistance constante et égale à 1, $= 1/v^2t$, et, en faisant intervenir les deux paramètres, voltage rhéobasique (B) et chronaxie (τ), $= 1/B^2\tau$. En raison des variations de résistance, souvent profondes, constatées sous l'influence de certains poisons, nous avons été amenés à mesurer directement l'intensité rhéobasique et la résistance du nerf; nous nous sommes donc appuyés sur la première formule $1/ri^2t$. D'autre part, considérant l'énergie dépensée au moment où, l'intensité étant double de la rhéobase (I), le temps t définit la chronaxie, nous avons admis comme expression de l'excitabilité $1/r(2I)^2\tau$.

Expérience du 6 *mars* 1935. — *Rana esculenta*, poids : 40g; température du laboratoire : 20°. Nerf sciatique gauche isolé à 13h et conservé avant

(1) L. Lapicque, *Scientia*, 52, N. 246-10, 1932, p. 232; *Cours de Physiologie*, 1935, fasc. 4, p. 138, Paris.

(2) H. Lassalle, *C. R. Soc. Biol.*, 98, 1928, p. 273.

(3) L. Lapicque, *L'excitabilité en fonction du temps*, Paris, 1926, p. 207 et suivantes.

l'utilisation en liquide de Ringer de pH 6,8; utilisation du chronaximètre de précision de L. Lapicque.

Heures.	Rhéobase en volts.	Rhéobase en microampères.	Résistance en milliers d'ohms.	Chronaxie en σ.	Excitabilité $\frac{1}{r(2I)^2\tau} \times 10^3$.
h m					
14. 0...	0,57	2,36	48	0,23	4,06
14.10...	0,57	2,36	48	0,23	4,06
14.15...	Chlorhydrate de cocaïne à 0,005 °/₀ en solution dans le liquide de Ringer				
14.25...	0,68	2,91	46	0,21	3,05
14.35...	0,75	3,21	46	0,18	2,93
14.45...	0,78	3,23	48	0,18	2,78
14.55...	0,82	3,40	48	0,17	2,65
15.05...	0,86	3,69	46	0,19	2,10
15.15...	0,90	3,93	45	0,20	1,80

L'excitabilité diminue donc dès les premières minutes de l'application de l'anesthésique. Les variations relatives de la rhéobase étant nettement plus grandes que celles de la chronaxie (qui reste, de beaucoup, le paramètre le plus régulier), ce sont elles qui l'emportent dans la variation de l'excitabilité. Ce fait se produit très régulièrement avec le chlorhydrate de cocaïne et la novocaïne (chlorhydrate), à toutes les concentrations allant de 0,003 pour 100 à 0,30 pour 100, qui vont des doses suffisamment actives pour obtenir une variation nette à celles qui sont encore assez basses pour que l'excitabilité post-narcotique ne vienne pas trop tôt terminer l'expérience.

BIOLOGIE. — *Sur le mécanisme du changement de couleur chez les poissons.* Note de Mlle **Catherine Veil**, présentée par M. Louis Lapicque.

En 1932, Lundströn et Bard ont montré, qu'après ablation de l'hypophyse chez *Mustelus Canis*, le poisson prend une teinte très claire qui subsiste quelle que soit la couleur du fond sur lequel l'animal repose. L'injection d'extrait du lobe post-hypophysaire fait foncer l'animal. Ces auteurs concluent que l'hypophyse est le principal agent du changement de couleur chez les poissons; qu'une hormone pituitaire passe dans le sang et provoque la dilatation des cellules pigmentaires. Mais ils n'ont pu parvenir à faire foncer un poisson clair en lui injectant du sang d'un poisson foncé, ils n'ont pu obtenir qu'une petite réaction locale, tache sombre autour du point d'injection. Parker (1934), reprenant ces expériences, ne

peut que les confirmer. J'ai pensé que ce dernier résultat négatif de Lundströn et Bard tenait à ce qu'il n'y a pas lieu d'envisager seulement dans le mécanisme du changement de couleur des poissons le rôle indéniable de l'hypophyse, mais qu'il fallait aussi envisager le contrôle nerveux des cellules pigmentaires qui est non moins incontestable.

Il semble bien établi qu'il existe des nerfs se rendant aux cellules pigmentaires (Ballowitz), que leur excitation électrique détermine la contraction de ces cellules, que normalement ces dernières se contractent sous l'influence de réflexes à point de départ oculaire (Pouchet, Brücke, etc.). Le rôle des yeux est indiscutable. Leur énucléation dans la majorité des espèces de poissons provoque le noircissement immédiat qui persiste quand bien même le poisson vit sur fond clair. Il semble donc *a priori*, que, s'il existe un antagonisme entre le rôle de l'hypophyse et celui des yeux, la disparition de l'un des facteurs doive entraîner l'exaltation de l'autre : on doit pouvoir faire foncer un poisson clair en lui injectant le sang d'un poisson énucléé. Mes expériences ont toutes, sans exception, confirmé cette hypothèse. J'ai opéré sur *Cyprinus Carpio* et sur *Carassius vulgaris*. J'ai effectué la série préalable des expériences suivantes :

1° Il m'a été impossible de pratiquer convenablement l'ablation de l'hypophyse dans cette espèce (cette ablation n'a été jusqu'à présent réalisée que sur des poissons cartilagineux).

2° L'injection d'extrait de lobe post-hypophysaire provoque immédiatement le passage au foncé de poissons préalablement clairs. On sait que l'un des caractères des hormones est de ne pas être spécifique. J'ai pu en effet faire noircir des *Carassius vulgaris* de 10 à 15^{g} maintenus sur fond clair, et par conséquent clairs eux-mêmes, en leur injectant de l'extrait frais de lobe post-hypophysaire de bœuf ou bien 2 ou 3 U. I. d'extrait de lobe post-hypophysaire préparé par la maison Choay.

3° L'énucléation des yeux sur des carpes, préalablement claires détermine leur noircissement immédiat.

4° Du sang d'animal ayant conservé ses yeux, qu'il soit foncé ou clair par action de l'ambiance ne provoque en injection aucun changement de couleur.

5° Consécutivement à l'injection, du fait de maintenir dans la main le poisson pour l'opération, il y a toujours un obscurcissement, mais celui-ci se dissipe au bout de quelques instants et, en général, au bout de 15 minutes le poisson injecté du sang d'une carpe non énucléée ne se distingue pas quant à sa couleur du poisson témoin.

Voici maintenant la question de l'action du sang de poissons dont les yeux ont été énucléés.

Des carpes d'un poids minimum de 400^g, 24 heures après l'énucléation, sont mises dans un appareil de contention et saignées par ponction du cœur. En général, le sang, recueilli dans un verre bien paraffiné demeure quelques minutes sans coaguler. Du sang frais, non défibriné a pu être injecté à des poissons dont le poids variait de 8 à 20^g; j'ai également centrifugé le sang pour obtenir le sérum seul. L'injection de 1^{cm^3} de sang frais ou de $0^{cm^3},5$ de sérum à des *Carassius* d'une dizaine de grammes suffit pour provoquer le passage au foncé d'un animal préalablement clair. La nouvelle teinte, comparée à celle du poisson témoin, est suffisamment nette pour n'être pas contestable, quand bien même le poisson injecté reste avec son témoin sur fond clair, il est encore nettement plus foncé 24 heures après.

La séance est levée à 15^h30^m.

A. Lx.